IES SALMEDINA
Matemáticas II
PRUEBA DE EVALUACIÓN: AMPLIACIÓN
24 de Mayo, 2023

Nombre y grupo: ______________________________

Relación de ejercicios con C.Eval. y calificaciones											
Criterios	2.1	2.2	3.1		3.2	3.3	3.4	4.1	4.2	4.3	
Núm. Ej.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Calif. por Ej.	/10	/10	/5	/5	/10	/10	/10	/10	/10	/5	/5
Calif. por Crit.											

Elige solo los criterios que quieras subir.

1. **[2.1] Contesta los siguientes apartados:**

   (a) Hallar todas las matrices $A = \begin{pmatrix} a & a \\ 0 & b \end{pmatrix}$ distintas de $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ tales que $A^2 = A$.

   (b) Para cualquiera de las matrices A del apartado anterior calcula:

   $$M = A + A^2 + A^3 + ... + A^9 + A^{10}$$

2. **[2.2] Considera el siguiente sistema de ecuaciones:**

$$\left\{ \begin{array}{rcl} 2x + 4y & = & 4k \\ -k^3x + k^2y + kz & = & 0 \\ x + ky & = & k^2 \end{array} \right.$$

   (a) Discútelo según los valores de k.

   (b) Resolver el sistema para $k = 1$ y para $k = 2$.

3. **[3.1] Sabiendo que $\lim_{x \to 0} \left(1 + arctan(x)\right)^{\frac{a}{x}}$ es finito, calcula el valor del límite para todo valor $a \in \Re$.**

4. **[3.1] Descomponer el número e en dos sumandos positivos de forma que la suma de los logaritmos neperianos de los sumandos sea máxima. Calcular dicha suma.**

5. **[3.2] Sea la función f definida por:**

$$f(x) = \frac{|x|}{x^2+1}$$

   (a) Estudia la continuidad y la derivabilidad en $x = 0$.
   (b) Halla los extremos máximos y mínimos de f y sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.
   (c) Halla los puntos de inflexión.
   (d) Esboza la gráfica de f.

6. **[3.3] Calcula las siguientes integrales indefinidas:**

   (a)
$$\int x \cdot (1-x^2)^{\frac{1}{2}} \cdot arcsen(x)dx =$$

   (b)
$$\int \frac{1}{\sqrt{4+x^2}}dx =$$

   Indicación: un cambio útil es $x = e^t - e^{-t}$

7. **[3.4] Halla el área del recinto limitado por la parábola $f(x) = 4x - x^2$ y las tangentes a la curva en los puntos de intersección con el eje de abscisas.**

8. **[4.1.] Sea r la recta que pasa por el origen de coordenadas O y tiene como vector director $v(4,3,1)$. Hallar un punto P contenido en dicha recta, tal que si se llama Q a su proyección sobre el plano $\pi : z = 0$, el triángulo OPQ tenga área** 1.

9. **[4.2.] De una recta r se sabe que está contenida en el plano $\pi : x - y = 0$, que $A(0,0,0) \in r$, y que el vector que une A y $B(1,0,-1)$ es perpendicular a r. Determina la recta r y calcula la distancia entre r y el plano paralelo a π que pasa por B.**

10. **[4.3] Halla razonadamente las ecuaciones de los dos planos paralelos al plano $\pi : 12x + 3y - 4z = 7$ que distan 6 unidades de π.**

11. **[4.3] Determina el valor de a para que los planos:**

$$\pi_1 : x+2y+z = 3 \quad \pi_2 : 2x+3y-z = 5 \quad \pi_3 : 2x+2y+4z = 3 \quad \pi_4 : x+3y = a$$

tengan un único punto en común.