IES SALMEDINA

Matemáticas I 1º Bachillerato

**PRUEBA DE EVALUACIÓN: Unidad 5**

16 de Febrero, 2022

Nombre y grupo: ______________________________

| Relación de ejercicios con C.Eval. y calificaciones | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **Criterios de evaluación** | 2.4 | | | 4.2 | |
| **Número del ejercicio** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| **Calificación por ejercicios** | /3 | /3 | /4 | /4 | /6 |
| **Calificación por criterios** | | | | | |

*Quizás lo más complejo de las matemáticas es darse cuenta que son sencillas.*

1. **Resuelve las siguientes ecuaciones y representa sus soluciones en el plano complejo:**

   (a) $z^2 + 25 = 0$

   (b) $z^3 + 8i = 0$

   (c) $\begin{cases} z + 3w = 1 + 2i \\ iz + w = 2 - i \end{cases}$

2. **Calcula los valores posibles de $a$ para que el producto $(2 + ai)(3 - ai)$ sea un imaginario puro.**

3. **Responde si es verdadero o falso razonando debidamente:**

   (a) Si $z = 5 + i$ entonces $|z|$ es igual a 4.

   (b) Si dos de las $n$ raíces consecutivas de un número complejo $z$ son $2_{60^o}$ y $2_{120^o}$ entonces el valor de $n$ es 6.

   (c) Para que el producto de $(a+bi)(c+di)$ sea un imaginario puro una condición suficiente sería que $b = d = 0$.

   (d) Al sumar el número complejo $z = \sqrt{2}_{315^o}$ con el número complejo $w = 1_{90^o}$ obtenemos un número $k \in \mathbf{C}$ tal que $Im(k) = 0$.

4. **Elige uno y solo uno de los siguientes apartados:**
   (a) Demostrar que si $z, w \in \mathbf{C}$ entonces:
   $$|z+w|^2 + |z-w|^2 = 2(|z|^2 + |w|^2)$$
   (b) ¿Cuales son los números complejos cuyo cuadrado sea igual a su conjugado?
   (c) Si $z = (i^{10} + i^{11} + \cdots + i^{19} + i^{20})(3 + ki)$, halla el valor de $k$ para que $|z| = 5$.
   (d) Sean los números $z = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$, $w = -i$ y $v = 1_{270^{\text{o}}}$, calcula: $z^{2022} \cdot (w^{99} + v)$
5. **Una de las raíces sextas de un número complejo $z$ es $-\sqrt{3} + i$. Calcula el valor de $z$ y el área del hexágono regular cuyos vértices son los afijos de las raíces sextas de $z$. Hallar también esos afijos en forma binómica (sin decimales) usando la Fórmula de Moivre.**
6. **[BONUS Opcional, +2 puntos en el criterio peor calificado]:** Demuestra que $i^i$ es un número real puro y halla exactamente su valor sin decimales, sabiendo que cualquier ángulo (en radianes) $\theta$ cumple la igualdad llamada *Exponencial de Euler*: $e^{i\cdot\theta} = \cos(\theta) + i\sin(\theta)$