1. Calcula. [1]

   a) $(3+2i)(2-i)-(1-i)(2-3i)$; b) $3+2i(-1+i)-(5-4i)$;

   c) $-2i-(4-i)5i$; d) $(4-3i)(4+3i)-(4-3i)^2$

2. Calcula en forma binómica. [3]

   a) $\dfrac{(3+3i)(4-2i)}{2-2i}$; b) $\dfrac{-2+3i}{(4+2i)(-1+i)}$; c) $\dfrac{2+5i}{3-2i}(1-i)$; d) $\dfrac{1+i}{2-i}+\dfrac{-3-2i}{1+3i}$

3. Dados los números complejos $z=1-3i$, $w=-3+2i$, $t=-2i$, calcula: [4]

   a) zwt ; b) $zt-w(t+z)$; c) $\dfrac{w}{z}t$; d) $\dfrac{2z-3t}{w}$; e) $\dfrac{3z+it}{3}w$; f) $\dfrac{z^2-wt^2}{2}$

4. Calcula: [5]

   a) i^{37} ; b) i^{126} ; c) i^{-7} ; d) i^{64} ; e) i^{-216}

5. Dado el número complejo $z=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$, prueba que: [6]

   a) $1+z+z^2=0$; b) $\dfrac{1}{z}=z^2$

6. Calcula m y n para que se verifique la igualdad $(2+mi)+(n+5i)=7-2i$. [7]

7. Determina k para que el cociente $\dfrac{k+i}{1+i}$ sea igual a $2-i$. [8]

8. Dados los complejos $2-ai$ y $3-bi$, halla a y b para que su producto sea igual a $8+4i$. [9]

9. Escribe en forma binómica estos números complejos: [11]

   a) 2_{45° ; b) $3_{\pi/6}$; c) $\sqrt{2}_{180^\circ}$; d) 17_{0° ; e) $1_{\pi/2}$; f) 5_{270° ; g) 1_{150° ; h) 4_{100°

10. Dados los números complejos $z_1=2_{270^\circ}$, $z_2=4_{120^\circ}$ y $z_3=3_{315^\circ}$, calcula: [12]

    a) $z_1\cdot z_2$; b) $z_2\cdot z_3$; c) $z_1\cdot z_4$; d) $\dfrac{z_3}{z_1}$; e) $\dfrac{z_2}{z_1}$; f) $\dfrac{z_1\cdot z_3}{z_2}$; g) $z_1^{\,2}$; h) $z_2^{\,3}$; i) $z_3^{\,4}$

11. Expresa en forma polar y calcula. [13]

    a) $(-1-i)^5$; b) $\sqrt[4]{1-\sqrt{3}i}$; c) $\sqrt[6]{64}$; d) $\sqrt[3]{8i}$; e) $\left(-2\sqrt{3}+2i\right)^6$; f) $(3-4i)^3$

12. Calcula y representa gráficamente el resultado. [14]

    a) $\left(\dfrac{1-i}{\sqrt{3}+i}\right)^3$; b) $\sqrt[3]{\dfrac{1+i}{2-i}}$

13. Calcula y representa las soluciones. [15]

    a) $\sqrt[3]{4-4\sqrt{3}i}$; b) $\sqrt[4]{-16}$; c) $\sqrt[3]{-27i}$

14. Calcula pasando a forma polar. [16]

    a) $\left(1+i\sqrt{3}\right)^5$; b) $\dfrac{8}{(1-i)^5}$; c) $\sqrt[6]{-64}$; d) $\sqrt{\dfrac{2-2i}{-3+3i}}$

15. Expresa en forma polar z, su opuesto $-z$, y su conjugado $\overline{z}$ en cada uno de estos casos: [17]

    a) $z=1-\sqrt{3}i$; b) $z=-2-2i$; c) $z=-2\sqrt{3}+2i$; d) $z=-5$; e) $z=7i$; f) $z=-3-4i$

16. Representa los polígonos regulares que tienen por vértices los afijos de las siguientes raíces: [18]

    a) $\sqrt[5]{i}$; b) $\sqrt[6]{-1}$; c) $\sqrt[4]{2\sqrt{3}+2i}$

17. Calcula $\overline{z}^5$ y $\sqrt[4]{\overline{z}}$, siendo $z=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$. [19]

18. Resuelve las siguientes ecuaciones y expresa las soluciones en forma binómica: [20]

    a) $z^2+4=0$; b) $z^2+z+4=0$; c) $z^2+3z+7=0$; d) $z^2-z+1=0$

19. Resuelve estas ecuaciones: [21]

    a) $z^5+32=0$; b) $iz^3-27=0$; c) $z^3+8i=0$; d) $iz^4+4=0$

20. Resuelve las siguientes ecuaciones en $\mathbb{C}$: [22]

    a) $z^2+4i=0$; b) $z^2-2z+5=0$; c) $2z^2+10=0$; d) $z^4+13z^2+36=0$

21. Obtén las cuatro soluciones de las siguientes ecuaciones: [23]

    a) $z^4-1=0$; b) $z^4+16=0$; c) $z^4-8z=0$

22. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones: [24]

    a) $\begin{cases} 3z-w=1-i \\ 2z-3w=8-8i \end{cases}$; b) $\begin{cases} z+3w=8-3i \\ 2z+w=6-i \end{cases}$; c) $\begin{cases} 5z+4w=11i \\ 3z-2w=11i \end{cases}$; d) $\begin{cases} 2z-5w=-5+2i \\ 4z-3w=-3-10i \end{cases}$

23. Calcula a y b de modo que se verifique $(a+bi)^2=3+4i$. [25]

24. Halla el valor de b para que el producto $(3-6i)(4+bi)$ sea un número imaginario puro, o un número real. [26]

25. Determina a para que $(a-2i)^2$ sea un número imaginario puro. [27]

26. Calcula x para que el resultado de $(x+2+ix)(x-i)$ sea un número real. [28]

27. Calcula el valor que debe tener a para que el módulo del cociente $\frac{a+2i}{1-i}$ sea $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. [29]

28. La suma de dos números complejos es $3+i$. La parte real del primero es 2 y el cociente entre este y el segundo es un número real. Hállalos. [30]

29. Si $z=\left(i^0+i^1+i^2+i^3+\ldots+i^{10}\right)(3+ki)$, halla el valor de k para que el módulo de z sea 5. [31]

30. ¿Para qué valores de x es imaginario puro el cociente $\frac{x-4i}{x+i}$? [32]

31. Halla dos números complejos tales que su cociente sea 3, la suma de sus argumentos $\pi/3$, y la suma de su módulos 8. [33]

32. El producto de dos números complejos es 2_{90° y el cubo del primero dividido por el otro es $(1/2)_{0^\circ}$. Hállalos. [34]

33. El producto de dos números complejos es -27 y uno de ellos es igual al cuadrado del otro. Calcúlalos. [35]

34. Halla, en función de x, el módulo de $z=\frac{1+xi}{1-xi}$. Demuestra que $|z|=1$ para cualquier valor de x. [36]

35. Halla dos números complejos conjugados sabiendo que su suma es 8 y que la suma de sus módulos es 10. [37]

36. El número complejo 3_{40° es vértice de un pentágono regular. Halla los otros vértices y el número complejo cuyas raíces quintas son esos vértices. [42]

37. Una de las raíces cúbicas de un número complejo z es $1+i$. Halla z y las otras raíces cúbicas. [43]

38. Busca dos números complejos cuya suma sea $-3+3i$ y que una de las raíces cuadradas de su cociente sea $2i$. [44]

39. Calcula el valor que debe tener b para que el módulo de $\frac{-3+bi}{1-2i}$ sea igual a $\sqrt{2}$. [45]

40. Expresa $\cos 4\alpha$ y $\text{sen}\, 4\alpha$ en función de $\text{sen}\,\alpha$ y $\cos\alpha$, usando la fórmula de Moivre. Ten en cuenta que $(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$. [46]

41. Un pentágono regular con centro en el origen de coordenadas tiene uno de su vértices en el punto $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$. Halla los otros vértices y la longitud de su lado. [47]

42. El afijo de $3+2i$ es uno de los vértices de un cuadrado con centro en el origen de coordenadas. Halla los otros vértices y el área del cuadrado. [48]

43. Escribe una ecuación de segundo grado cuyas soluciones sean: [51]

    a) $1+i$ y $1-i$; b) $5i$ y $-5i$; c) $2-3i$ y $2+3i$; d) $4-i$ y $1+2i$

44. Halla el valor que debe tener m para que $1-2i$ sea una solución de la ecuación $z^2 - mz + 5 = 0$. [52]

45. Resuelve estas ecuaciones: [53]

    a) $2z+3i-2=3+zi$; b) $(5+i)z = 3z+4i-2$; c) $(1-i)z^2 = 1+i$; d) $\left(i^{23}-i^{37}\right)z = 2i^{22} - 3i^{19}$

46. Halla los números complejos z y w que verifican cada uno de estos sistemas de ecuaciones: [54] y [55]

    a) $\begin{cases} z+w=-1+2i \\ z-w=-3+4i \end{cases}$; b) $\begin{cases} z+2w=2+i \\ iz+w=5+5i \end{cases}$; c) $\begin{cases} z+w=-1+2i \\ iz+(1-i)w=1+3i \end{cases}$; d) $\begin{cases} z-w=5-3i \\ (2+i)z+iw=3-3i \end{cases}$

47. Resuelve las siguientes ecuaciones: [56]

    a) $z^3+z^2-2=0$; b) $z^3-3z^2+z+5=0$; c) $z^4-7z^2-144=0$; d) $z^4+2z^2+2=0$

48. Halla los números complejos cuyo cuadrado sea igual a su conjugado. [57]

49. ¿Qué condición debe cumplir un número complejo $z=a+bi$ para que $\bar{z} = \frac{1}{z}$? [69]

50. Si $z = r_\alpha$ y $w = s_\beta$, ¿qué relación debe existir entre α y β para que ocurra cada una de las siguientes afirmaciones? [71]

    a) $z \cdot w$ es imaginario puro.

    b) z/w es un número real.

    c) $z \cdot w$ está en la bisectriz del primer o tercer cuadrante.

51. Halla los números complejos cuyo cubo coincide con el cuadrado de su conjugado. [73]

52. Si el producto de dos números complejos es -8 y dividiendo el cubo de uno de ellos entre el otro obtenemos de resultado 2, ¿cuánto valen el módulo y el argumento de cada uno? [74]

53. La suma de los números complejos $z=a+3i$ y $w=b-5i$ dividida por su diferencia es un número imaginario puro. Prueba que z y w han de tener el mismo módulo. [78]

54. Sea z un número complejo cuyo afijo está en la bisectriz del primer cuadrante. Comprueba que $\frac{z-1-i}{z+1+i}$ es un número real. [79]

Soluciones