

- En una base ortonormal las coordenadas de un vector son $\vec{v}(2, -5)$. Halla las coordenadas de \vec{v} en la base $B = \{(1, -1), (0, -1)\}$.
- Si las coordenadas de los vectores \vec{u} y \vec{v} son $(3, -5)$ y $(-2, 1)$, obtén las coordenadas de:
 - $-2\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v}$; b) $-\vec{u} - \frac{3}{5}\vec{v}$; c) $\frac{1}{2}(\vec{u} + \vec{v}) - \frac{2}{3}(\vec{u} - \vec{v})$
- Halla el vector \vec{b} tal que $\vec{c} = 3\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$, siendo $\vec{a}(-1, 3)$ y $\vec{c}(7, -2)$.
- Dados los vectores $\vec{a}(3, -2)$, $\vec{b}(-1, 2)$ y $\vec{c}(0, -5)$, calcula m y n de modo que $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$.
- Expresa el vector $\vec{a}(-1, -8)$ como combinación lineal de $\vec{b}(3, -2)$ y $\vec{c}(4, -\frac{1}{2})$.
- ¿Cuáles de los siguientes pares de vectores forman una base?
 - $\vec{u}(3, -1)$, $\vec{v}(1, 3)$; b) $\vec{u}(2, 6)$, $\vec{v}(\frac{2}{3}, 2)$
- En una circunferencia de centro O y de radio 2 cm, se inscribe un hexágono de vértices A, B, C, D, E, F . Calcula los productos siguientes:
 - $\overline{OA} \cdot \overline{OB}$; b) $\overline{OA} \cdot \overline{OC}$; c) $\overline{AB} \cdot \overline{ED}$; d) $\overline{BC} \cdot \overline{EF}$
- Dados los vectores $\vec{x}(5, -2)$, $\vec{y}(0, 3)$, $\vec{z}(-1, 4)$, calcula:
 - $\vec{x} \cdot \vec{y}$; b) $\vec{x} \cdot \vec{z}$; c) $\vec{y} \cdot \vec{z}$
- Calcula k para que el producto $\vec{u} \cdot \vec{v}$ sea igual a 0 en los siguientes casos:
 - $\vec{u}(6, k)$, $\vec{v}(-1, 3)$; b) $\vec{u}(\frac{1}{5}, -2)$, $\vec{v}(k, 3)$; c) $\vec{u}(-3, -2)$, $\vec{v}(5, k)$
- Dados $\vec{u}(2, 3)$, $\vec{v}(-3, 1)$ y $\vec{w}(5, 2)$, calcula:
 - $(3\vec{u} + 2\vec{v}) \cdot \vec{w}$; b) $\vec{u} \cdot \vec{v} - \vec{v} \cdot \vec{w}$; c) $(\vec{u} \cdot \vec{v})\vec{w}$; d) $\vec{u}(\vec{v} \cdot \vec{v})$
- Halla el módulo de cada uno de los siguientes vectores:
 - $\vec{u}(3, 2)$; b) $\vec{v}(-2, 3)$; c) $\vec{w}(-8, -6)$; d) $\vec{z}(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$; e) $\vec{t}(5, 0)$; f) $\vec{r}(1, 1)$
- Halla el valor de m para que el módulo del vector $\vec{u}(\frac{3}{5}, m)$ sea igual a 1.
- Calcula x , de modo que el producto escalar de $\vec{a}(3, -5)$ y $\vec{b}(x, 2)$ sea igual a 7. ¿Qué ángulo forman los vectores \vec{a} y \vec{b} ?
- Halla el ángulo que forman los siguientes pares de vectores:
 - $\vec{u}(3, 2)$, $\vec{v}(1, -5)$; b) $\vec{m}(4, 6)$, $\vec{n}(3, -2)$; c) $\vec{a}(1, 6)$, $\vec{b}(-\frac{1}{2}, -3)$
- Dado el vector $\vec{u}(-5, k)$ calcula k de modo que:
 - \vec{u} sea ortogonal a $\vec{v}(4, -2)$.
 - El módulo de \vec{u} sea igual a $\sqrt{34}$
- Dado el vector $\vec{u}(5, 12)$, determina:
 - Los vectores unitarios (módulo 1) de la misma dirección que \vec{u} .
 - Los vectores ortogonales a \vec{u} que tenga el mismo módulo que \vec{u} .
 - Los vectores unitarios y ortogonales a \vec{u} .

17. Halla las coordenadas de un vector $\vec{v}(x, y)$, ortogonal a $\vec{u}(3, 4)$ y que mida el doble de \vec{u} .
18. Dados $\vec{a}(2, 1)$ y $\vec{b}(6, 2)$, halla un vector \vec{v} tal que $\vec{v} \cdot \vec{a} = 1$ y $\vec{v} \perp \vec{b}$.
19. Siendo $\vec{u}(5, -b)$ y $\vec{v}(a, 2)$, halla a y b , sabiendo que \vec{u} y \vec{v} son ortogonales y que $|\vec{v}| = \sqrt{13}$.
20. Dados los vectores $\vec{a} = 2\vec{u} - \vec{v}$ y $\vec{b} = -3\vec{u} + k\vec{v}$, siendo $\vec{u} = (2, 3)$ y $\vec{v} = (-3, 0)$, halla k de modo que $\vec{a} + \vec{b}$ sea ortogonal a $\vec{a} - \vec{b}$.
21. Halla el valor que debe tener k para que los vectores $\vec{x} = k\vec{a} + \vec{b}$ e $\vec{y} = k\vec{a} - \vec{b}$ sean perpendiculares, siendo $\vec{a}\left(\frac{3}{2}, 4\right)$ y $\vec{b}(5, 0)$.
22. Dados los vectores $\vec{u}(k, -6)$ y $\vec{v}(3, h)$, calcula k y h de modo que $|\vec{u}| = 10$ y $\vec{u} \perp \vec{v}$.
23. Calcula las coordenadas de un vector \vec{u} tal que $|\vec{u}| = 1$ y $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$ siendo $\vec{v}(2, 1)$.
24. De los vectores \vec{a} y \vec{b} sabemos que $|\vec{a}| = 3$ y $|\vec{b}| = 5$, y que forman un ángulo de 120° . Calcula $|\vec{a} - \vec{b}|$.
25. Si $|\vec{u}| = 3$ y $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} - \vec{v}) = -11$, halla $|\vec{v}|$.
26. Sabiendo que $|\vec{u}| = 3$, $|\vec{v}| = 5$ y $\vec{u} \perp \vec{v}$, halla $|\vec{u} + \vec{v}|$ y $|\vec{u} - \vec{v}|$.
27. Sea $B = \{\vec{x}, \vec{y}\}$ una base ortonormal. Calcula $|\vec{x} + \vec{y}|$ y $|\vec{x} - \vec{y}|$.
28. Si $|\vec{u}| = 4$, $|\vec{v}| = 3$ y $|\vec{u} + \vec{v}| = 5$, ¿qué ángulo forman \vec{u} y \vec{v} ?
29. Calcula x para que los vectores $\vec{a}(7, 1)$ y $\vec{b}(1, x)$ formen un ángulo de 45° .
30. Halla un vector \vec{a} que forme un ángulo de 60° con el vector $\vec{b}(2, 2\sqrt{3})$ y tenga como módulo la mitad del módulo de \vec{b} .
31. Determina un vector \vec{a} que forme con $\vec{b}(-1, -2)$ un ángulo de 30° y tal que $|\vec{a}| = \sqrt{3}|\vec{b}|$.
32. Dados los vectores $\vec{u}(1, 3)$ y $\vec{v}(6, 4)$, halla la proyección de \vec{v} sobre \vec{u} .
33. Dado el vector $\vec{u} = (-3, 6)$, determina el módulo del producto escalar de \vec{u} por \vec{v} , si sabemos que la proyección de \vec{v} sobre \vec{u} es 3.
34. Dados $\vec{a}(2x, 5)$ y $\vec{b}(7, y)$, averigua los valores de x e y sabiendo que \vec{a} se encuentra en el primer cuadrante, $|\vec{a}| = 5\sqrt{5}$, y los vectores \vec{a} y \vec{b} son perpendiculares.
35. Calcular el punto A' , simétrico del punto $A(2, 3)$ respecto de otro punto, $P(1, 3)$.
36. Dado el triángulo cuyos vértices son $A(-1, 0)$, $B(3, 3)$ y $C(1, -2)$, calcula:
- La longitud del lado AB .
 - La longitud del lado AC .
 - El ángulo correspondiente al vértice A .
 - El área del triángulo.
37. Dado el triángulo de vértices $A(-3, 7)$, $B(5, 6)$ y $C(-2, 15)$, calcula el valor de su área y el ángulo que corresponde al vértice A .
38. Determina el valor de z para que los vectores $\vec{u} = (z, -3)$ y $\vec{v} = (1, -2)$:
- Sean paralelos.
 - Sean perpendiculares.
 - Formen un ángulo de $\pi/4$ rad.
 - Formen un ángulo de $\pi/3$ rad.

Soluciones

1. Las coordenadas de \vec{v} respecto de la base $B = \{(1, -1), (0, -1)\}$ son $(2, 3)$

2. a) $\left(-7, \frac{21}{2}\right)$; b) $\left(-\frac{9}{5}, 8\right)$; c) $\left(-\frac{17}{6}, 2\right)$

3. $\vec{b}(-20, 22)$

4. $m = -\frac{5}{4}$; $n = -\frac{15}{4}$

5. $\vec{a} = 5\vec{b} - 4\vec{c}$

6. a) Sí forman una base ; b) No forman una base

7. a) $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 2$; b) $\vec{OA} \cdot \vec{OC} = -2$; c) $\vec{AB} \cdot \vec{ED} = 2$; d) $\vec{BC} \cdot \vec{EF} = -4$

8. a) $\vec{x} \cdot \vec{y} = -6$; b) $\vec{x} \cdot \vec{z} = -13$; c) $\vec{y} \cdot \vec{z} = 12$

9. a) $k = 2$; b) $k = 30$; c) $k = -\frac{15}{2}$

10. a) 22 ; b) 29 ; c) $(15, -6)$; d) $(20, 30)$

11. a) $\sqrt{13}$; b) $\sqrt{13}$; c) 10 ; d) 1 ; e) 5 ; f) $\sqrt{2}$

12. $m = \frac{4}{5}$

13. $x = \frac{17}{3}$. El ángulo que forman los vectores \vec{a} y \vec{b} es de $78,463^\circ$

14. a) $112,33^\circ$; b) 90° ; c) 180°

15. a) $k = -10$; b) $k = \pm 3$

16. a) $\vec{v}_1 = \left(\frac{5}{13}, \frac{12}{13}\right)$, $\vec{v}_2 = \left(-\frac{5}{13}, -\frac{12}{13}\right)$; b) $\vec{v}_1 = (-12, 5)$, $\vec{v}_2 = (12, -5)$; c) $\vec{v}_1 = \left(-\frac{12}{13}, \frac{5}{13}\right)$, $\vec{v}_2 = \left(\frac{12}{13}, -\frac{5}{13}\right)$

17. $\vec{v}(8, -6)$

18. $\vec{v}(-1, 3)$

19. Hay dos parejas de soluciones: $\begin{cases} a = 3 \\ b = \frac{15}{2} \end{cases}$; $\begin{cases} a = -3 \\ b = -\frac{15}{2} \end{cases}$

20. Hay dos posibles soluciones: $k_1 = -\frac{4}{3}$ y $k_2 = -\frac{8}{3}$

21. $k = \pm \frac{10\sqrt{73}}{73}$

22. Hay dos parejas de soluciones: $\begin{cases} k = 8 \\ h = 4 \end{cases}$; $\begin{cases} k = -8 \\ h = -4 \end{cases}$

23. Hay dos parejas de soluciones: $\begin{cases} a=0 \\ b=1 \end{cases} ; \begin{cases} a=\frac{4}{5} \\ b=-\frac{3}{5} \end{cases}$

24. $|\vec{a} - \vec{b}| = 7$

25. $|\vec{v}| = \sqrt{20}$

26. $|\vec{u} + \vec{v}| = \sqrt{34} ; |\vec{u} - \vec{v}| = \sqrt{34}$

27. $|\vec{x} + \vec{y}| = \sqrt{2} ; |\vec{x} - \vec{y}| = \sqrt{2}$

28. El ángulo que forman \vec{u} y \vec{v} es de 90°

29. Hay dos posibles soluciones: $x_1 = \frac{4}{3}$ y $x_2 = -\frac{3}{4}$.

30. Hay dos posibles soluciones: $\vec{a}_1 = (-1, \sqrt{3})$ y $\vec{a}_2 = (2, 0)$

31. Hay dos posibles soluciones: $\vec{a}_1 = \left(\frac{-3+2\sqrt{3}}{2}, \frac{-6-\sqrt{3}}{2} \right)$ y $\vec{a}_2 = \left(\frac{-3-2\sqrt{3}}{2}, \frac{-6+\sqrt{3}}{2} \right)$

32. $\text{proy}_{\vec{u}}(\vec{v}) = \frac{9\sqrt{10}}{5}$

33. $|\vec{u} \cdot \vec{v}| = 9\sqrt{5}$

34. $x = 5, y = -14$

35. El punto simétrico de A con respecto a P es $A'(0,3)$.

36. a) 5 uds ; b) $2\sqrt{2}$ uds ; c) $81,87^\circ$; d) 7 uds^2

37. El área del triángulo es $32,5 \text{ uds}^2$ y el ángulo correspondiente al vértice A es de 90° .

38. a) $z = \frac{3}{2}$; b) $z = -6$; c) $z = 9$ y $z = -1$; d) $z = 24 + 15\sqrt{3}$ y $z = 24 - 15\sqrt{3}$