

Repaso ecuaciones y sistemas de 1^{er} grado:

1. Resolver las siguientes **ecuaciones de 1^{er} grado** y comprobar la solución de las sombreadas:

- a) $5[2x-4(3x+1)] = -10x+20$ (Soluc: $x = -1$)
- b) $x-13=4[3x-4(x-2)]$ (Soluc: $x=9$)
- c) $3[6x-5(x-3)]=15-3(x-5)$ (Soluc: $x = -5/2$)
- d) $2x+3(x-3)=6[2x-3(x-5)]$ (Soluc: $x=9$)
- e) $0 = 100 - 0,001x$ (Soluc: $x=100\,000$)
- f) $5(x-3) - 2(x-1)=3x-13$ (Soluc: Se verifica $\forall x \in \mathbb{R}$, pues es una identidad)
- g) $x+4[3-2(x-1)]=5[x-3(2x-4)]+1$ (Soluc: $x=41/18$)
- h) $3-2x+4[3+5(x+1)]=10x-7$ (Soluc: $x=-21/4$)
- i) $8x-6=2[x+3(x-1)]$ (Soluc: Se trata de una identidad)

2. Resolver las siguientes **ecuaciones de 1^{er} grado con denominadores** y comprobar las sombreadas:

- a) $3 - \frac{5x-1}{10} = \frac{x-1}{5} - \frac{x-3}{2}$ (Soluc: $x=9$)
- b) $\frac{5-x}{15} - \frac{9}{5} = -x - \frac{1-x}{3}$ (Soluc: $x=17/9$)
- c) $\frac{x+8}{6-x} = 13$ (Soluc: $x=5$)
- d) $\frac{3(x-2)}{4} - \frac{2(x-3)}{3} = \frac{x}{6} - \frac{3x-6}{4}$ (Soluc: $x=3/2$)
- e) $\frac{x-2}{3-x} = -\frac{5}{4}$ (Soluc: $x=7$)
- f) $x = \frac{x}{5} + \frac{x}{3} + 3\left(\frac{x}{3} - \frac{x}{5}\right) + 1$ (Soluc: $x=15$)
- g) $\frac{1}{3} = \frac{\frac{3}{5}-x}{1+\frac{3}{5}x}$ (Soluc: $x=2/9$)
- h) $4 - \frac{7-x}{12} = \frac{5x}{3} - \frac{5-3x}{4}$ (Soluc: $x=2$)
- i) $x - \frac{12x+1}{3} = 2x+1 - \frac{15x+4}{3}$ (Soluc: Se trata de una identidad)

j) $\frac{2x+1}{3x-6} = \frac{3}{2}$ (Soluc: $x=4$)

k) $\frac{x}{2} - \frac{6-x}{4} = x+1$ (Soluc: $x=-10$)

l) $\frac{1+5x}{4} - \frac{3-x}{6} = 1-2x - \frac{8x-2}{9}$ (Soluc: $x=53/155$)

m) $\frac{6x+1}{11} = \frac{2x-3}{7}$ (Soluc: $x=-2$)

n) $x + \frac{3(x-5)}{2} = 3 + \frac{5x-21}{2}$ (Soluc: Se trata de una identidad)

o) $\frac{3(x-3)}{2} + \frac{2x}{3} - 2x = \frac{3(2x-1)}{9} - \frac{1}{6}$ (Soluc: $x=-8$)

p) $\frac{1+96\frac{1}{480}}{96x} = \frac{1}{1600}$ (Soluc: $x=20$)

q) $1 - \frac{2}{3}(x-3) = 2 - \frac{1}{4}(3x-4)$ (Soluc: $x=0$)

r) $2 - 4\left(\frac{2x}{7} + \frac{1}{7}\right) = \frac{3}{2} - x$ (Soluc: $x=-1/2$)

s) $5x - 3\left(3 - \frac{x}{4}\right) = \frac{7x}{2} - 3$ (Soluc: $x=8/3$)

t) $5\left(\frac{2x}{3} - \frac{3x}{5}\right) + 1 = 2x - 2(x-1)$ (Soluc: $x=3$)

u) $\frac{1}{2}\left(\frac{x}{3} - \frac{x}{2}\right) + \frac{1}{9} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{3}\right)$ (Soluc: $x=5/3$)

v) $\frac{2x}{3} - 5\left(\frac{x}{12} + \frac{1}{4}\right) = 3 - 2\left(1 - \frac{x}{6}\right)$ (Soluc: $x=-27$)

w) $3\left(\frac{11x}{6} - x\right) - 4 = 2x - 3\left(1 - \frac{x}{6}\right)$ (Soluc: \nexists soluc.)

x) $-2\left(2 - \frac{x}{3}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{6x}{4} - \frac{1}{2}\right) = 2x - 3(x-1)$ (Soluc: $x=3$)

3. Resolver los siguientes **SS.EE.LL** (del **a** al **g** por los tres métodos habituales, y el resto **por reducción**; en el caso de los indeterminados, obtener al menos 4 soluciones), clasificarlos y **comprobar la solución de los sombreados**:

a) $\begin{cases} x+y=3 \\ 4x-y=7 \end{cases}$ (Soluc: $x=2, y=1$) b) $\begin{cases} 2x-3y=12 \\ 3x+y=7 \end{cases}$ (Soluc: $x=3, y=-2$)

- c) $\begin{cases} 3x - 2y = 15 \\ x - 3y = 5 \end{cases}$ (Soluc: $x=5, y=0$)
- d) $\begin{cases} 3x - 2y = 9 \\ 2x + 5y = -13 \end{cases}$ (Soluc: $x=1, y=-3$)
- e) $\begin{cases} \frac{x}{2} + 2y = 10 \\ x - 3y = 6 \end{cases}$ (Soluc: $x=12, y=2$)
- f) $\begin{cases} \frac{2x}{3} - \frac{3y}{2} = 1 \\ x + y = 4 \end{cases}$ (Soluc: $x=42/13, y=10/13$)
- g) $\begin{cases} \frac{2(x-4)}{3} + 4y = 2 \\ \frac{3(y-1)}{2} + 3x = 6 \end{cases}$ (Soluc: $x=23/11, y=9/11$)
- h) $\begin{cases} \frac{2y-3}{5} - \frac{x}{2} = x \\ \frac{4(x+1)}{3} + y = 13 \end{cases}$ (Soluc: $x=2, y=9$)
- i) $\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ -4x - 6y = -6 \end{cases}$ (Soluc: \nexists soluc ; incompatible)
- j) $\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 6x + 9y = 15 \end{cases}$ (Soluc: ∞ soluc.; comp .indtdo.)
- k) $\begin{cases} \frac{3(x-2)}{4} + \frac{2(y-3)}{5} = \frac{2}{5} \\ \frac{2(y-4)}{3} + \frac{3(x-1)}{2} = \frac{3}{2} \end{cases}$ (Soluc: $x=2, y=4$)
- l) $\begin{cases} 3x - 2y = 9 \\ -6x + 4y = -18 \end{cases}$ (Soluc: ∞ soluc.; comp .indtdo.)
- m) $\begin{cases} 3x - 2y = 9 \\ 6x - 4y = 4 \end{cases}$ (Soluc: \nexists soluc ; incompatible)
- n) $\begin{cases} \frac{2(x-3)}{5} + \frac{y}{4} = \frac{1}{2} \\ \frac{3(y-2)}{5} + \frac{x}{9} = \frac{1}{3} \end{cases}$ (Soluc: $x=3, y=2$)
- o) $\begin{cases} \frac{2(x-5)}{7} + \frac{y-3}{2} = -\frac{1}{3} \\ \frac{3(y-1)}{5} - \frac{x-3}{3} = -1 \end{cases}$ (Soluc: $x=474/71, y=293/213$)
- p) $\begin{cases} \frac{20x+7}{9} - \frac{4x+y}{2} = 2 \\ \frac{7x+1}{4} - \frac{2x-2y}{6} = x \end{cases}$ (Soluc: $x=1, y=-2$)
- q) $\begin{cases} \frac{x+1}{2} - \frac{y-2}{3} = \frac{1}{3} \\ \frac{x}{3} + \frac{y+1}{2} = \frac{1}{2} \end{cases}$ (Soluc: $x=-15/13, y=10/13$)
- r) $\begin{cases} \frac{3(x-1)}{2} + \frac{2(y-2)}{3} = \frac{13}{6} \\ \frac{3(x+1)}{2} - \frac{2(y+2)}{5} = \frac{5}{2} \end{cases}$ (Soluc: $x=2, y=3$)
- s) $\begin{cases} \frac{x-3}{3} - \frac{3(y+1)}{4} = -4 \\ \frac{3(x+1)}{5} - \frac{2(y+2)}{7} = \frac{29}{35} \end{cases}$ (Soluc: $x=0, y=3$)
- t) $\begin{cases} x - y + z = 6 \\ 2x + y - 3z = -9 \\ -x + 2y + z = -2 \end{cases}$ (Soluc: $x=1, y=-2; z=3$)
- u) $\begin{cases} 2x + y - z = 0 \\ x - 2y + 3z = 13 \\ -x + y + 4z = 9 \end{cases}$ (Soluc: $x=2, y=-1; z=3$)
- v) $\begin{cases} -2x + y + z = 6 \\ 3x - z = -7 \\ x - 5y + 2z = 7 \end{cases}$ (Soluc: $x=-1, y=0; z=4$)
- w) $\begin{cases} 4x - 4y - 4z = 20 \\ 6y - 2x - 2z = 20 \\ 7z - x - y = 20 \end{cases}$ (Soluc: $x=32,5, y=17,5; z=10$)
- x) $\begin{cases} \frac{2x-y}{4} - \frac{y}{2} = x \\ \frac{2(y-1)}{3} + 2(x-1) = -y \end{cases}$ (Soluc: $x=3, y=-2$)

4. Inventar, razonadamente, un SS.EE.LL. 2x2 lo más sencillo posible con solución $x=2, y=-3$

5. Inventar, razonadamente, un SS.EE.LL. 2x2 sencillo sin solución.

6. **TEORÍA:** Considerar los siguientes sistemas, y responder a las preguntas a continuación:

$$\textcircled{1} \begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = 0 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} x + y = 2 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

$$\textcircled{3} \begin{cases} x + y = 2 \\ x + y = 7 \end{cases}$$

- a) ¿Qué es un sistema compatible determinado? Razonar cuál de los tres lo es.
b) ¿Qué es un sistema compatible indeterminado? Razonar cuál de los tres lo es.
c) ¿Qué es un sistema incompatible? Razonar cuál de los tres lo es.

Repaso ecuaciones 2º grado:

RECORDAR: Si x_1 y x_2 son las raíces de la ecuación $ax^2+bx+c=0$, dichas raíces verifican las siguientes dos relaciones:

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

Fórmulas de Cardano-Vieta¹

7. Dadas las siguientes **ecuaciones de 2º grado**, se pide:

- i) Resolverlas mediante la fórmula general de la ecuación de 2º grado.
ii) Comprobar las soluciones obtenidas.
iii) Factorizar cada ecuación y comprobar dicha factorización.
iv) Comprobar las relaciones de Cardano-Vieta.

a) $x^2-4x+3=0$

b) $x^2-5x+6=0$

c) $x^2-x-6=0$

d) $x^2-9x+20=0$

e) $x^2+2x+5=0$

f) $2x^2-5x+2=0$

g) $x^2-6x+9=0$

h) $x^2-2x-1=0$

i) $6x^2-13x+6=0$

j) $x^2+x-1=0$

8. Escribir **una** ecuación de 2º grado que tenga por soluciones:

a) $x_1=4, x_2=-6$

(Soluc: $x^2+2x-24=0$)

b) $x_1=-3, x_2=-5$

(Soluc: $x^2+8x+15=0$)

c) $x_1=2, x_2=-7$

(Soluc: $x^2+5x-14=0$)

d) $x_1=-2/7, x_2=7$

(Soluc: $7x^2-47x-14=0$)

e) $x_1=-16, x_2=9$

(Soluc: $x^2+7x-144=0$)

f) $x_1=3/4, x_2=-2/5$

(Soluc: $20x^2-7x-6=0$)

g) $x=3$ doble

(Soluc: $x^2-6x+9=0$)

h) $x_1=-4, x_2=-1/8$ (Soluc: $8x^2+33x+4=0$)

i) $x=\pm 2$ (Soluc: $x^2-4=0$)

j) $x=\pm\sqrt{2}$ (Soluc: $x^2-2=0$)

k) $x=2/5$ doble (Soluc: $25x^2-20x+4=0$)

l) $x=2\pm\sqrt{3}$ (Soluc: $x^2-4x+1=0$)

m) $x_1=5, x_2=-12$ (Soluc: $x^2+7x-60=0$)

n) $x_1=3/10, x_2=-4$ (Soluc: $10x^2+37x-12=0$)

¹ En honor al matemático italiano *Girolamo Cardano* (1501-1576) y el francés *François Viète* (1540-1603).

- 9.** Escribir en cada caso **la** ecuación de 2º grado que tenga por soluciones 5 y -2 y tal que:
- a) el coeficiente de x^2 sea 4 (Soluc: $4x^2 - 12x - 40 = 0$)
 - b) el coeficiente de x sea 9 (Soluc: $-3x^2 + 9x + 30 = 0$)
 - c) el término independiente sea -4 (Soluc: $2/5x^2 - 6/5x - 4 = 0$)
 - d) el coeficiente de x^2 sea 5 (Soluc: $5x^2 - 15x - 50 = 0$)
- 10. TEORÍA:**
- a) Un alumno indica en un examen que las soluciones de $x^2 + 4x + 3 = 0$ son 2 y 5. Utilizar las relaciones de Cardano-Vieta para razonar que ello es imposible.
 - b) Razonar, sin necesidad de resolver la ecuación, que $x^2 - 2x - 528 = 0$ tiene solución, y que además sus raíces han de tener distinto signo.
 - c) Razonar, sin necesidad de resolver la ecuación, que $x^2 + 20x + 96 = 0$ tiene solución, y que además sus raíces tiene que ser ambas negativas.
- 11.** Inventar, razonadamente, una ecuación de 2º grado: **a)** Que tenga dos soluciones. **b)** Que tenga una solución. **c)** Que no tenga solución.
- 12.** Hallar el valor de los coeficientes **b** y **c** en la ecuación $7x^2 + bx + c = 0$ sabiendo que sus soluciones son $x_1 = 5$ y $x_2 = -6$ (Soluc: $b = 7, c = -210$)
- 13.** Calcular el valor del coeficiente **b** en la ecuación $5x^2 + bx + 6 = 0$ sabiendo que una de sus soluciones es 1 ¿Cuál es la otra solución? (Soluc: $b = -11; x = 6/5$)
- 14.** Calcular el valor de **a** y **b** para que la ecuación $ax^2 + bx - 1 = 0$ tenga por soluciones $x_1 = 3$ y $x_2 = -2$ (Soluc: $a = 1/6, b = -1/6$)
- 15.** ¿Para qué valores de **a** la ecuación $x^2 - 6x + 3 + a = 0$ tiene solución única? (Soluc: $a = -6$)
- 16. TEORÍA:** Justificar la validez de la siguiente fórmula, utilizada por los matemáticos árabes medievales para resolver la ecuación de 2º grado $x^2 + c = bx$:
- $$x = \frac{b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c}$$
- 17.** Hallar el discriminante de cada ecuación y, sin resolverlas, indicar su número de soluciones:
- | | |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> a) $5x^2 - 3x + 1 = 0$ (Soluc: \exists soluc) b) $x^2 - 4x + 4 = 0$ (Soluc: 1 soluc) | <ul style="list-style-type: none"> c) $3x^2 - 6x - 1 = 0$ (Soluc: 2 soluc) d) $5x^2 + 3x + 1 = 0$ (Soluc: \exists soluc) |
|--|---|
- 18.** Determinar para qué valores de **m** la ecuación $2x^2 - 5x + m = 0$:
- a) Tiene dos soluciones distintas. (Soluc: $m < 25/8$)
 - b) Tiene una solución. (Soluc: $m = 25/8$)
 - c) No tiene solución. (Soluc: $m > 25/8$)
- 19.** Determinar para qué valores de **b** la ecuación $x^2 - bx + 25 = 0$:
- a) Tiene dos soluciones distintas. (Soluc: $b < -10$ o $b > 10$)
 - b) Tiene una solución. (Soluc: $b = \pm 10$)

c) No tiene solución. (Soluc: $-10 < b < 10$)

- 20. TEORÍA:** a) ¿Qué es el discriminante de una ecuación de 2º grado? ¿Qué indica? Sin llegar a resolverla, ¿cómo podemos saber de antemano que la ecuación x^2+x+1 carece de soluciones?
- b) Inventar una ecuación de 2º grado con raíces $x_1=2/3$ y $x_2=2$, y cuyo coeficiente cuadrático sea 3
- c) Sin resolver y sin sustituir, ¿cómo podemos asegurar que las soluciones de $x^2+5x-300=0$ son $x_1=15$ y $x_2=-20$?
- d) Calcular el valor del coeficiente **b** en la ecuación $x^2+bx+6=0$ sabiendo que una de las soluciones es 1. Sin necesidad de resolver, ¿cuál es la otra solución?

21. Resolver las siguientes **ecuaciones de 2º grado incompletas**, y comprobar las sombreadas:

- | | | |
|--|--|--|
| <p>a) $x^2-5x=0$ (Soluc: $x_1=0, x_2=5$)</p> <p>b) $2x^2-6x=0$ (Soluc: $x_1=0, x_2=3$)</p> <p>c) $2x^2-18=0$ (Soluc: $x=\pm 3$)</p> <p>d) $5x^2+x=0$ (Soluc: $x_1=0, x_2=-1/5$)</p> <p>e) $x^2=x$ (Soluc: $x_1=0, x_2=1$)</p> <p>f) $x^2+x=0$ (Soluc: $x_1=0, x_2=-1$)</p> <p>g) $4x^2-1=0$ (Soluc: $x=\pm 1/2$)</p> <p>h) $-x^2+12x=0$ (Soluc: $x_1=0, x_2=12$)</p> <p>i) $x^2-10x=0$ (Soluc: $x_1=0, x_2=10$)</p> <p>j) $9x^2-4=0$ (Soluc: $x=\pm 2/3$)</p> <p>k) $k^2-6=1/4$ (Soluc: $k=\pm 5/2$)</p> | <p>l) $\frac{1}{x} = \frac{1}{x^2}$ (Soluc: $x=1$)</p> <p>m) $3x^2-11x=0$ (Soluc: $x_1=0, x_2=11/3$)</p> <p>n) $x(x+2)=0$ (Soluc: $x_1=0, x_2=-2$)</p> <p>o) $x^2+16=0$ (Soluc: \exists soluc)</p> <p>p) $25x^2-9=0$ (Soluc: $x=\pm 3/5$)</p> <p>q) $4-25x^2=0$ (Soluc: $x=\pm 2/5$)</p> <p>r) $2x^2-8=0$ (Soluc: $x=\pm 2$)</p> <p>s) $-x^2-x=0$ (Soluc: $x_1=0, x_2=-1$)</p> | |
|--|--|--|

22. Resolver las siguientes **ecuaciones de 2º grado completas**, y comprobar las sombreadas:

- | | | |
|--|--|--|
| <p>1. $x^2-2x-8=0$ (Soluc: $x_1=4, x_2=-2$)</p> <p>2. $x^2+2x+3=0$ (Soluc: \exists soluc)</p> <p>3. $2x^2-7x-4=0$ (Soluc: $x_1=4, x_2=-1/2$)</p> <p>4. $x^2+6x-8=0$ (Soluc: $x = -3 \pm \sqrt{17}$)</p> <p>5. $4x^2+11x-3=0$ (Soluc: $x_1=1/4, x_2=-3$)</p> <p>6. $x^2+2x+1=0$ (Soluc: $x=-1$)</p> <p>7. $x^2-13x+42=0$ (Soluc: $x_1=7, x_2=6$)</p> <p>8. $x^2+13x+42=0$ (Soluc: $x_1=-7, x_2=-6$)</p> <p>9. $x^2+5x+25=0$ (Soluc: \exists soluc)</p> <p>10. $3x^2-6x-6=0$ (Soluc: $x = 1 \pm \sqrt{3}$)</p> <p>11. $2x^2-7x-15=0$ (Soluc: $x_1=5, x_2=-3/2$)</p> <p>12. $x^2-4x+4=0$ (Soluc: $x=2$)</p> <p>13. $2x^2+ax-3a^2=0$ (Soluc: $x_1=a, x_2=-3a/2$)</p> | <p>14. $6x^2-x-1=0$ (Soluc: $x_1=1/2, x_2=-1/3$)</p> <p>15. $3x^2-6x-4=0$ (Soluc: $x = 1 \pm \sqrt{21}/3$)</p> <p>16. $x^2-19x+18=0$ (Soluc: $x_1=18, x_2=1$)</p> <p>17. $12x^2-17x-5=0$ (Soluc: $x_1=5/3, x_2=-1/4$)</p> <p>18. $3x^2-ax-2a^2=0$ (Soluc: $x_1=a, x_2=-2a/3$)</p> <p>19. $2x^2-5x-3=0$ (Soluc: $x_1=3, x_2=-1/2$)</p> <p>20. $\frac{2}{3}x^2 - \frac{8}{3}x + 2 = 0$ (Soluc: $x_1=1, x_2=3$)</p> <p>21. $\sqrt{3}x^2+2x-\sqrt{3}=0$ (Soluc: $x_1=\sqrt{3}/3, x_2=-\sqrt{3}$)</p> <p>22. $5x^2+16x+3=0$ (Soluc: $x_1=-1/5, x_2=-3$)</p> <p>23. $12x^2+6x-45/4=0$ (Soluc: $x_1=3/4, x_2=-5/4$)</p> <p>24. $x^2-6x+3-a=0$ (Soluc: $x = 3 \pm \sqrt{6+a}$)</p> | |
|--|--|--|

25. $2x^2 - \sqrt{2}x - 2 = 0$ (Soluc: $x_1 = \sqrt{2}; x_2 = -\sqrt{2}/2$)
26. $x^2 + 9x - 22 = 0$ (Soluc: $x_1 = 2, x_2 = -11$)
27. $x^2 + 2x - 3 = 0$ (Soluc: $x_1 = 1, x_2 = -3$)
28. $48x^2 - 38,4x - 268,8 = 0$ (Soluc: $x_1 = 2,8, x_2 = -2$)
29. $\frac{ax^2}{3} - \frac{abx}{6} - \frac{ab^2}{6} = 0$ (Soluc: $x_1 = -b/2, x_2 = b$)
30. $4x^2 + 8x + 3 = 0$ (Soluc: $x_1 = -3/2, x_2 = -1/2$)
31. $3x^2 + 4x + 1 = 0$ (Soluc: $x_1 = -1/3, x_2 = -1$)
32. $x^2 + 4x + 3 = 0$ (Soluc: $x_1 = -1, x_2 = -3$)
33. $x^2 + 2x - 35 = 0$ (Soluc: $x_1 = 5, x_2 = -7$)
34. $x^2 + 13x + 40 = 0$ (Soluc: $x_1 = -5, x_2 = -8$)
35. $x^2 - 4x - 60 = 0$ (Soluc: $x_1 = 10, x_2 = -6$)
36. $x^2 + 7x - 78 = 0$ (Soluc: $x_1 = 6, x_2 = -13$)
37. $2x^2 - 5x + 2 = 0$ (Soluc: $x_1 = 2, x_2 = 1/2$)
38. $x^2 - 10x + 25 = 1$ (Soluc: $x_1 = 4, x_2 = 6$)
39. $2x^2 - 11x + 5 = 0$ (Soluc: $x_1 = 5, x_2 = 1/2$)
40. $x^2 + 10x - 24 = 0$ (Soluc: $x_1 = 2, x_2 = -12$)
41. $2x^2 - 3x + 1 = 0$ (Soluc: $x_1 = 1, x_2 = 1/2$)
42. $3x^2 - 19x + 20 = 0$ (Soluc: $x_1 = 5, x_2 = 4/3$)
43. $\frac{1}{2}x^2 - x - 4 = 0$ (Soluc: $x_1 = 4, x_2 = -2$)
44. $0,1x^2 - 0,4x - 48 = 0$ (Soluc: $x_1 = 24, x_2 = -20$)

23. Resolver las siguientes ecuaciones de todo tipo, operando convenientemente en cada caso -para así pasarlas a la forma general de 2º grado-, y comprobar las sombreadas:

1. $2x^2 + 5x = 5 + 3x - x^2$ (Soluc: $x_1 = 1, x_2 = -5/3$)
2. $4x(x+1) = 15$ (Soluc: $x_1 = 3/2, x_2 = -5/2$)
3. $(5x-1)^2 = 16$ (Soluc: $x_1 = 1, x_2 = -3/5$)
4. $(4-3x)^2 - 64 = 0$ (Soluc: $x_1 = 4, x_2 = -4/3$)
5. $2(x+1)^2 = 8 - 3x$ (Soluc: $x = \frac{-7 \pm \sqrt{97}}{4}$)
6. $(2x-4)^2 - 2x(x-2) = 48$ (Soluc: $x_1 = 8, x_2 = -2$)
7. $(2x-3)^2 + x^2 + 6 = (3x+1)(3x-1)$ (Soluc: $x_1 = 1, x_2 = -4$)
8. $(3x-2)^2 = (2x+3)(2x-3) + 3(x+1)$ (Soluc: $x_1 = 1, x_2 = 2$)
9. $\frac{3(x^2 - 11)}{5} - \frac{2(x^2 - 60)}{7} = 36$ (Soluc: $x = \pm 9$)
10. $1064 = \frac{4 + 6(x-1)}{2} \cdot x$ (Soluc: $x_1 = 19, x_2 = -56/3$)
11. $\sqrt{3} = \frac{2x}{1-x^2}$ (Soluc: $x_1 = \sqrt{3}/3, x_2 = -\sqrt{3}$)
12. $(x-1)(x-2) = 0$ (Soluc: $x_1 = 1, x_2 = 2$)
13. $(2x-3)(1-x) = 0$ (Soluc: $x_1 = 3/2, x_2 = 1$)
14. $(x-1)(x-2) = 6$ (Soluc: $x_1 = -1, x_2 = 4$)
15. $(x^2-4)(2x-6)(x+3) = 0$ (Soluc: $x = \pm 2; x = \pm 3$)
16. $(2+2t)^2 + (t+2)^2 = (1+2t)^2 + (t+3)^2$ (Soluc: $t = 1$)
17. $\frac{4}{(2x+2)^2} = 1$ (Soluc: $x_1 = 0, x_2 = -2$)
18. $\frac{x^2 - 4}{x + 3} = 0$ (Soluc: $x = \pm 2$)
19. $\frac{x^2 - 4}{x + 3} = -12$ (Soluc: $x_1 = -8, x_2 = -4$)
20. $\frac{x}{3x} = \frac{x-1}{-3x-1}$ (Soluc: $x = 1/3$)
21. $\frac{(x+2)(x-2)}{4} - \frac{(x-3)^2}{3} = \frac{x(11-x)}{6}$ (Soluc: $x_1 = -8, x_2 = 6$)
22. $6 + \frac{2x+4}{3}x = 8$ (Soluc: $x_1 = 1, x_2 = -3$)
23. $\frac{3x^2 + 2x}{5x^2 - 3} = 0$ (Soluc: $x_1 = 0, x_2 = -2/3$)
24. $\frac{x^2 + 3x - 4}{x - 3} = 0$ (Soluc: $x_1 = 1, x_2 = -4$)
25. $\frac{x^2 + 6x + 3}{x - 1} = -x$ (Soluc: $x_1 = -3/2, x_2 = -1$)
26. $12x^3 - 2x^2 - 2x = 0$ (Sol: $x_1 = 0, x_2 = 1/2, x_3 = -1/3$)
27. $(x-3)^2 = \frac{x}{4}$ (Soluc: $x_1 = 4, x_2 = 9/4$)
28. $(2x-4)^2 = 0$ (Soluc: $x = 2$)
29. $(x+3)^7 = 0$ (Soluc: $x = -3$)
30. $\frac{x^4}{10} = 8x$ (Soluc: $x_1 = 0, x_2 = 2 \cdot \sqrt[3]{10}$)
31. $\frac{\sqrt{x}}{x} = 0$ (Soluc: \nexists soluc)

| | |
|---|---|
| 32. $\frac{(x-1)^2}{2} - \frac{(1+2x)^2}{3} = -2 - \frac{(2x-1)(2x+1)}{3}$ $(x_1=1, x_2=11/3)$ | 37. $\frac{x^2+1}{x^2-1} = \frac{13}{12}$ $(\text{Soluc: } x=\pm 5)$ |
| 33. $\sqrt{x^2+4x+4} = 1$ $(\text{Sol: } x_1=-1, x_2=-3)$ | 38. $(x^2+1)^4 = 625$ $(\text{Soluc: } x=\pm 2)$ |
| 34. $\frac{(x+3)(x-3)-4}{2} - \frac{x-2}{3} = \frac{(x-2)^2+1}{6}$ $(\text{Sol: } x_1=4, x_2=-5)$ | 39. $\frac{1}{1+x^2} = \frac{3\pi}{8}$ $(\text{Soluc: } \nexists \text{ soluc})$ |
| 35. $\frac{(x-2)^2}{9} - \frac{(x+1)^2}{2} = \frac{(x+2)(x-2)}{6} + \frac{3}{2}$ $(x_1=-1, x_2=-8/5)$ | 40. $\sqrt{x} = 2$ $(\text{Sol: } x=4)$ |
| 36. $400x - \frac{400000}{x^2} = 0$ $(\text{Soluc: } x=10)$ | 41. $\frac{(2x+3)(2x-3)}{9} - \frac{(3x-2)^2}{3} = \frac{x^2}{9} - 5$ $(x_1=2, x_2=-1/2)$ |

24. Resolver las siguientes ecuaciones factorizadas o factorizables y comprobar las sombreadas:

| | |
|---|---|
| a) $(x^2-4)(x^2+1)(x-3)=0$ $(\text{Soluc: } x=\pm 2, x=3)$ | g) $x^3+2x^2-15x=0$ $(\text{Soluc: } x_1=0, x_2=3; x_3=-5)$ |
| b) $(x^2-3x)(2x+3)(x-1)=0$ $(\text{Soluc: } x_1=0, x_2=1; x_3=3, x_4=-3/2)$ | h) $(x-3)(2x^2-8)(x^2+5x)=0$ $(x=\pm 2, x=3, x=0, x=-5)$ |
| c) $(3x^2-12)(-x^2+x-2)(x^2+1)=0$ $(\text{Soluc: } x=\pm 2)$ | i) $(x+1)(x-2)(x^2-3x+4)=0$ $(\text{Soluc: } x_1=-1, x_2=2)$ |
| d) $x^6-16x^2=0$ $(\text{Soluc: } x=0, x=\pm 2)$ | j) $(x+1)^3=(x-1)^2(x+1)$ $(\text{Soluc: } x_1=-1, x_2=0)$ |
| e) $x^3=3x$ $(\text{Soluc: } x_1=0, x_2=\sqrt{3}; x_3=-\sqrt{3})$ | k) $(x^4-3x^2-28)(3x^2-27)=0$ $(\text{Sol: } x=\pm\sqrt{7}, x=\pm 3)$ |
| f) $(3x^2+12)(x^2-5x)(x-3)=0$ $(\text{Sol: } x_1=0, x_2=3; x_3=5)$ | l) $(2x^2-8)(2x^2+8)(2x-8)=0$ $(\text{Soluc: } x=\pm 2, x=4)$ |

25. TEORÍA: Carlos, un alumno de 4º de ESO, razona de la siguiente forma en un examen:

$$\begin{array}{l}
 x^3 + 2x - 3 = 0 \\
 x^3 + 2x = 3 \\
 x(x^2 + 2) = 3
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \nearrow \boxed{x=3} \\
 \searrow x^2 + 2 = 3 \quad \text{etc...}
 \end{array}$$

Justificar que este razonamiento es incorrecto.

26. Resolver las siguientes ecuaciones con la x en el denominador. ¡Recuérdese que es fundamental comprobar siempre que la(s) solución(es) obtenida no anula(n) ningún denominador! (con un **(*)** se señalan aquellos apartados en los esto resulta crucial). Como siempre, hacer la comprobación de los sombreados:

| | |
|--|---|
| 1. $\frac{3-x}{x+2} - \frac{x-1}{x-2} = -2$ $(\text{Soluc: } x=3)$ | 3. $\frac{8}{x+6} + \frac{12-x}{x-6} = 1$ $(\text{Soluc: } x_1=10; x_2=-3)$ |
| 2. $\frac{x+2}{x} + 3x = \frac{5x+6}{2}$ $(\text{Soluc: } x=2)$ | 4. $\frac{2x}{x-1} + \frac{3x+1}{x-1} = 2$ $(\text{Soluc: } x=-1)$ |

- | | |
|---|--|
| 5. $\frac{3x+1}{x^3} + \frac{x+1}{x} = 1 + \frac{2x+3}{x^2}$ (Soluc: $x=\pm 1$) | 18. $\frac{x+3}{x-1} - \frac{x^2+1}{x^2-1} = \frac{26}{35}$ (Soluc: $x_1=6; x_2=-8/13$) |
| 6. $\frac{5x+1}{x^2-4} - \frac{1}{x+2} = \frac{x}{x-2}$ (Soluc: $x_1=3; x_2=-1$) | 19. $\frac{4x}{x+1} + \frac{x}{2x-1} = 2$ (∅ soluc.) |
| 7. $\frac{x-1}{x^2+2x} - \frac{2}{x^2-2x} = \frac{x}{x^2-4}$ (Soluc: $x=-2/5$) | 20. (*) $\frac{x-3}{x^2-x} - \frac{x+3}{x^2+x} = \frac{2-3x}{x^2-1}$ (Soluc: $x=2$) |
| 8. (*) $\frac{x-2}{x-1} = \frac{x^2}{(x-1)(x-2)} + \frac{x-1}{x-2}$ (Soluc: $x=-3$) | 21. $\frac{4x}{x+5} - \frac{x+5}{x-5} = 1$ (Soluc: $x_1=0; x_2=15$) |
| 9. $\frac{1}{x^2-3x+2} + \frac{1}{x-1} = \frac{1}{x-2}$ (Identidad: se verifica $\forall x$) | 22. $\frac{1-2x}{x+7} = \frac{x}{x-1}$ (Soluc: $x_1=-1; x_2=-1/3$) |
| 10. $\frac{x}{x-6} - \frac{1}{2} = \frac{x}{6} - \frac{x+6}{x-6}$ (Soluc: $x_1=18; x_2=-3$) | 23. $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} = \frac{5}{12}$ (Soluc: $x_1=5; x_2=-1/5$) |
| 11. $\frac{1}{x} = -x + \frac{5}{2}$ (Soluc: $x_1=2; x_2=1/2$) | 24. $\frac{3-x}{x+2} - \frac{x-1}{x-2} = \frac{2}{x^2-4}$ (∅ soluc.) |
| 12. $\frac{4}{x} + \frac{2(x+1)}{3(x-2)} = 4$ (Soluc: $x_1=3; x_2=4/5$) | 25. $\frac{x}{5} = 2 + \frac{75}{x}$ (Soluc: $x_1=25; x_2=-15$) |
| 13. $\frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{x} = \sqrt{2}x$ (Soluc: $x=\pm\sqrt{2}$) | 26. $\frac{2x+1}{x-1} - \frac{6x}{x+2} = 2$ (Soluc: $x_1=2; x_2=-1/2$) |
| 14. $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3} = \frac{3}{10}$ ($x = \frac{11 \pm \sqrt{481}}{6}$) | 27. $\frac{-x}{x+3} - \frac{x+3}{x-3} = 1$ (Soluc: $x_1=0; x_2=-1$) |
| 15. $\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = \frac{3}{4}$ (Soluc: $x_1=2; x_2=-2/3$) | 28. $\frac{x}{x-1} + \frac{1}{x} = 1 + \frac{(x+2)^2}{x(x-1)}$ (∅ soluc.) |
| 16. $\frac{x}{x-1} + \frac{2x}{x+1} = 3$ (Soluc: $x=3$) | 29. (*) $\frac{x}{x+1} = \frac{(x+2)^2}{x(x+1)} + \frac{x+1}{x}$ (Soluc: $x=-5$) |
| 17. $\frac{5}{x+2} + \frac{x}{x+3} = \frac{3}{2}$ (Soluc: $x_1=3; x_2=-4$) | |

Ecuaciones bicuadradas:

27. Resolver las siguientes ecuaciones bicuadradas y comprobar las sombreadas:

- | | |
|---|---|
| 1. $x^4-5x^2+4=0$ (Soluc: $x=\pm 1, x=\pm 2$) | 12. $x^4+2x^2-8=0$ (Soluc: $x=\pm\sqrt{2}$) |
| 2. $x^4-5x^2-36=0$ (Soluc: $x=\pm 3$) | 13. $x^6+7x^3-8=0$ (Soluc: $x=1, x=-2$) |
| 3. $x^4+13x^2+36=0$ (Soluc: ∅ soluc) | 14. $x^4-16=0$ (Soluc: $x=\pm 2$) |
| 4. $x^4-13x^2+36=0$ (Soluc: $x=\pm 2, x=\pm 3$) | 15. $x^4+16=0$ (Soluc: ∅ soluc) |
| 5. $x^4-4x^2+3=0$ (Soluc: $x=\pm 1, x=\pm\sqrt{3}$) | 16. $x^4-16x^2=0$ (Soluc: $x=0, x=\pm 4$) |
| 6. $x^4+21x^2-100=0$ (Soluc: $x=\pm 2$) | 17. $x^6-64=0$ (Soluc: $x=\pm 2$) |
| 7. $x^4+2x^2+3=0$ (Soluc: ∅ soluc) | 18. $(x^2+2)(x^2-2)+3x^2=0$ (Soluc: $x=\pm 1$) |
| 8. $x^4-41x^2+400=0$ (Soluc: $x=\pm 4, x=\pm 5$) | 19. $5x^2=(6+x^2)(6-x^2)$ (Soluc: $x=\pm 2$) |
| 9. $36x^4-13x^2+1=0$ (Soluc: $x=\pm 1/2, x=\pm 1/3$) | 20. $(x^2+x)(x^2-x)=(x-2)^2+x(x+4)$ (Soluc: $x=\pm 2$) |
| 10. $x^4-77x^2-324=0$ (Soluc: $x=\pm 9$) | 21. $(2x^2+1)(x^2-3)=(x^2+1)(x^2-1)-8$ ($x=\pm\sqrt{2}, x=\pm\sqrt{3}$) |
| 11. $x^4-45x^2+324=0$ (Soluc: $x=\pm 3, x=\pm 6$) | 22. $(x^2-2)^2=5(1+x)(1-x)+1$ (Soluc: $x=\pm 1$) |

23. $(x^2+1)(x^2-1)+3x^2=3$ (Soluc: $x=\pm 1$)
24. $(3+x)(3-x)x^2-2x(x-3)=(x+3)^2-1$ (Soluc: $x=\pm 2, x=\pm\sqrt{2}$)
25. $5(x+1)(x-1)=1-(x^2-2)^2$ (Soluc: $x=\pm 1$)
26. $(x+3)(x-3)=\left(\frac{20}{x}\right)^2$ (Soluc: $x=\pm 5$)
27. $(x^2+4)(x+4)(x^4+2x^2-8)=0$ (Soluc: $x=-4, x=\pm\sqrt{2}$)
28. $\frac{x^2-32}{4}=-\frac{28}{x^2-9}$ (Soluc: $x=\pm 4, x=\pm 5$)
29. $\frac{2}{x^2-9}=\frac{x^2-16}{72}$ (Soluc: $x=0; x=\pm 5$)
30. $\frac{(2x+3)^2-12x}{x^2+2x}=x^2-2x$ (Soluc: $x=\pm 3$)
31. $\frac{(x+1)(x-1)}{2}-\frac{(x^2+3)(x^2-3)}{6}=\frac{1}{3}$ (Soluc: $x=\pm 2$)
32. $\frac{(2x+1)^2-(x^2+1)(x^2-1)}{x}=3(x+1)+1$ (Soluc: $x=\pm\sqrt{2}$)
33. $\frac{(2x+1)^2}{4}-\frac{(x^2+2)(x^2-2)}{3}=\frac{4x+1}{4}$ (Soluc: $x=\pm 2$)
34. $\frac{(x+2)(x-2)}{4}-\frac{x^2}{2}=\frac{(x^2-2x)(x^2+2x)}{4}-2$ (Sol: $x=\pm 2$)
35. $x^6+1=0$ (Soluc: $x=-1$)
36. $\frac{(3x^2-1)(x^2+3)}{4}-\frac{(2x^2+1)(x^2-3)}{3}=4x^2$ ($x=\pm 1, x=\pm\sqrt{3}$)
37. $\frac{(3x^2+2)(3x^2-2)}{5}-\frac{(3x-1)^2}{4}=\frac{3(x-1)}{2}$ ($x=\pm 1/2, x=\pm 1$)
38. $(2x^2-8)(2x^2+8x)(x^4-2x^2-8)=0$ ($x=\pm 2, x=0, x=-4$)
39. $(9-4x^2)(9x-4x^2)(4x^4-21x^2+27)=0$
(Soluc: $x=\pm 2/3, x=0, x=9/4, x=\pm 3/2, x=\pm\sqrt{3}$)
40. $\frac{3x^2+1}{6x+1}=\frac{6x-1}{3x^2-1}$ (Soluc: $x=\pm 2, x=0$)
41. $\frac{(2x^2+3)(2x^2-3)}{2}-\frac{(2x-3)^2}{3}=4x-\frac{41}{6}$ (Sol: $x=\pm 1$)
42. $x^2(x+1)(x-1)=(2-x)^2+(x+4)x$ (Soluc: $x=\pm 2$)
43. $(2x+3)^2-12x=(x^2-2x)(x^2+2x)$ (Soluc: $x=\pm 3$)

Ecuaciones irracionales:

28. Resolver las siguientes **ecuaciones irracionales** (Recordar que en este tipo de ecuaciones es obligatoria la comprobación, con el fin de descartar posibles soluciones "ficticias"):

1. $\sqrt{x+4}-7=0$ (Soluc: $x=45$)
2. $x-\sqrt{25-x^2}=1$ (Soluc: $x=4$)
3. $\sqrt{169-x^2}+17=x$ (\exists soluc)
4. $2\sqrt{x+5}=x-10$ (Soluc: $x=20$)
5. $x+\sqrt{5x+10}=8$ (Soluc: $x=3$)
6. $11=2x-3\sqrt{x-1}$ (Soluc: $x=10$)
7. $\sqrt{x+13}-\sqrt{x+6}=1$ (Soluc: $x=3$)
8. $x=6-\sqrt{x}$ (Soluc: $x=4$)
9. $\sqrt{3x+1}=1+\sqrt{2x-1}$ (Soluc: $x_1=1; x_2=5$)
10. $1=2x-3\sqrt{4x-7}$ (Soluc: $x_1=2; x_2=8$)
11. $x-2\sqrt{x-1}=4$ (Soluc: $x=10$)
12. $\sqrt{5x+4}=2x+1$ (Soluc: $x=1$)
13. $\sqrt{2x+1}-3=\sqrt{x-8}$ (Soluc: $x_1=12; x_2=24$)
14. $\sqrt{x+5}-1=\sqrt{x}$ (Soluc: $x=4$)
15. $x+\sqrt{5x-10}=8$ (Soluc: $x=\frac{21-\sqrt{145}}{2}$)
16. $x-\sqrt{2x-1}=2$ (Soluc: $x=5$)
17. $\sqrt[3]{x+5}=2$ (Soluc: $x=3$)
18. $\sqrt{x+1}+\sqrt{x-6}=7$ (Soluc: $x=15$)
19. $2x-13\sqrt{x}-15=0$ (Soluc: $x=225/4$)
20. $9(1-x)=3\sqrt{1+(3x-4)^2+x^2}$ (\exists soluc)
21. $x-\sqrt{2x-1}=1-x$ (Soluc: $x_1=1; x_2=1/2$)
22. $x-\sqrt{7-3x}=1$ (Soluc: $x=2$)
23. $x+\sqrt{7-3x}=1$ (Soluc: $x=-3$)
24. $4a\sqrt{a}=32$ (Soluc: $a=4$)
25. $\sqrt{x^2+x+1}=x+1$ (Soluc: $x=0$)
26. $\sqrt{x^2+x+1}=-x-1$ (Soluc: \exists soluc)

- | | | | |
|--|-----------------------------|---|--|
| 27. $\frac{2}{3\sqrt[3]{x}} = \frac{3}{7}$ | (Soluc: $x=(14/9)^3$) | 42. $\sqrt{x+4} + \sqrt{x-1} = 3$ | (Soluc: $x=13/9$) |
| 28. $2\sqrt{x} - \sqrt{x-3} = 3$ | (Soluc: $x=4$) | 43. $\sqrt{x+23} = \sqrt{4x+1} + 2$ | (Soluc: $x=2$) |
| 29. $2\sqrt{x+4} - \sqrt{x-1} = 4$ | (Soluc: $x_1=5; x_2=13/9$) | 44. $\sqrt{x} - 2 = \sqrt{x-8}$ | (Soluc: $x=9$) |
| 30. $\sqrt{ax} = \frac{x^2}{a}$ | (Soluc: $x_1=0; x_2=a$) | 45. $\sqrt{2x-3} - \sqrt{x+7} = 4$ | (Soluc: $x=114$) |
| 31. $\sqrt{a^3} = 8$ | (Soluc: $a=4$) | 46. $\sqrt{2x+5} - \sqrt{x+2} = 1$ | (Soluc: $x=\pm 2$) |
| 32. $\sqrt{2x+7} - 2\sqrt{x} = 1$ | (Soluc: $x=1$) | 47. $\sqrt{2x+3} = 1 + \sqrt{x+1}$ | (Soluc: $x_1=-1; x_2=3$) |
| 33. $\sqrt{x-1} + 1 = x - 2$ | (Soluc: $x=5$) | 48. $\sqrt{4x-3} - \sqrt{x+1} = 1$ | (Soluc: $x=3$) |
| 34. $\sqrt{x+5} + \sqrt{x} = 5$ | (Soluc: $x=4$) | 49. $\sqrt{2x+3} - \sqrt{x-2} = 2$ | (Soluc: $x_1=3; x_2=11$) |
| 35. $\sqrt{3x+1} + 1 = x$ | (Soluc: $x=5$) | 50. $\sqrt{x^3} = \frac{3x}{2} - \frac{1}{2}$ | (Soluc: $x=1$) |
| 36. $2x - \sqrt{3x-5} = 4$ | (Soluc: $x=3$) | 51. $5\sqrt{x} = 3 + 2\sqrt{x}$ | (Soluc: $x=1$) |
| 37. $\sqrt{x+2} + x = 3x - 2$ | (Soluc: $x=2$) | 52. $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{3}{2}$ | (Soluc: $x = \pm \frac{\sqrt{5}}{3}$) |
| 38. $\sqrt{7+2x} - \sqrt{3+x} = 1$ | (Soluc: $x_1=1; x_2=-3$) | 53. $2\sqrt{x+1} - 3\sqrt{x} = 2$ | (Soluc: $x=0$) |
| 39. $\sqrt{x+7} - 1 = x$ | (Soluc: $x=2$) | 54. $\sqrt[3]{x} = x$ | (Soluc: $x=0; x=\pm 1$) |
| 40. $\sqrt{x+5} + \sqrt{2x+8} = 7$ | (Soluc: $x=4$) | | |
| 41. $\sqrt{2x+x^2} - x - 2 = 0$ | (Soluc: $x=2$) | | |

29. ¿Por qué es imprescindible comprobar la validez de las posibles soluciones de una ecuación irracional? Indicar algún ejemplo.
30. Razonar, sin resolverla, por qué la ecuación $\frac{x}{4} + 2\sqrt{x} + 15 = 0$ no puede tener solución.

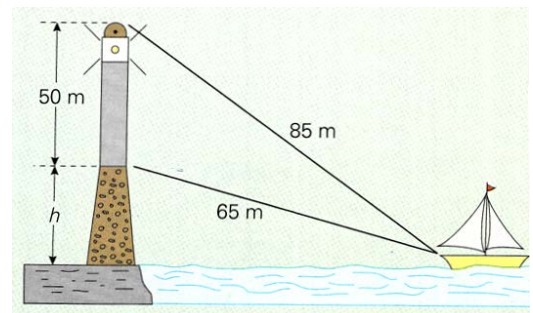
Sistemas de ecuaciones de 2º grado:

31. Resolver los siguientes **sistemas de ecuaciones no lineales**, y comprobar los sombreados:

- | | | | |
|---|---|--|--|
| 1. $\left. \begin{array}{l} 2x - y = 1 \\ x^2 - y = 4 \end{array} \right\}$ | (Soluc: $x_1=3, y_1=5; x_2=-1, y_2=-3$) | 5. $\left. \begin{array}{l} x^2 - 3y = 3 \\ 2x - 3y = -12 \end{array} \right\}$ | (Soluc: $x_1=-3, y_1=2; x_2=5, y_2=22/3$) |
| 2. $\left. \begin{array}{l} x - 3y = -3 \\ xy = 6 \end{array} \right\}$ | (Soluc: $x_1=3, y_1=2; x_2=-6, y_2=-1$) | 6. $\left. \begin{array}{l} \frac{x-2}{3} - \frac{y-4}{2} = 1 \\ \frac{2}{x-3} = \frac{4}{y-2} \end{array} \right\}$ | (Soluc: $x=7/2, y=3$) |
| 3. $\left. \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 1 \\ 2x - y = 3 \end{array} \right\}$ | ($\bar{\Delta}$ soluc) | 7. $\left. \begin{array}{l} x - 2y = -5 \\ x^2 + y^2 = 4x + 2y + 20 \end{array} \right\}$ | (Sol: $x_1=5, y_1=5; x_2=-3, y_2=1$) |
| 4. $\left. \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 10 \\ x^2 - y^2 = 8 \end{array} \right\}$ | (Soluc: $x_1=3, y_1=1; x_2=-3, y_2=1;$ $x_3=3, y_3=-1; x_4=-3, y_4=-1$) | | |

8.
$$\left. \begin{aligned} x \cdot y &= 12 \\ (x-4) \cdot (y+0,1) &= 12 \end{aligned} \right\} \quad \begin{aligned} (\text{Soluc: } x_1=24, y_1=1/2; \\ x_2=-20, y_2=-3/5) \end{aligned}$$
9.
$$\left. \begin{aligned} x^2 - 2xy + y^2 &= 16 \\ x + y &= 6 \end{aligned} \right\} \quad (\text{Soluc: } x_1=5, y_1=1; x_2=1, y_2=5)$$
10.
$$\left. \begin{aligned} x^2 + y^2 &= 25 \\ xy &= 12 \end{aligned} \right\} \quad \begin{aligned} (\text{Soluc: } x_1=3, y_1=4; x_2=-3, y_2=-4 \\ x_3=4, y_3=3; x_4=-4, y_4=-3) \end{aligned}$$
11.
$$\left. \begin{aligned} x^2 - y &= 0 \\ x - y &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{Soluc: } x_1=0, y_1=0; x_2=1, y_2=1)$$
12.
$$\left. \begin{aligned} x - y &= 105 \\ \sqrt{x} + y &= 27 \end{aligned} \right\} \quad (\text{Soluc: } x=121, y=16)$$
13.
$$\left. \begin{aligned} y &= x^2 \\ y &= \sqrt[3]{x} \end{aligned} \right\} \quad (\text{Soluc: } x_1=0, y_1=0; x_2=1, y_2=1)$$
14.
$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{x} + y &= 3 \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} &= \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \quad (\text{Soluc: } x_1=1, y_1=2; x_2=2/5, y_2=1/2)$$
15.
$$\left. \begin{aligned} xy &= 10 \\ 9(x-y)^2 &= x^2 \end{aligned} \right\} \quad \begin{aligned} (\text{Soluc: } x_1=\sqrt{15}, y_1=2\sqrt{15}/3; \\ x_2=\sqrt{30}/2, y_2=2\sqrt{30}/3; \\ x_3=-\sqrt{15}, y_3=-2\sqrt{15}/3; \\ x_4=-\sqrt{30}/2, y_4=-2\sqrt{30}/3) \end{aligned}$$
16.
$$\left. \begin{aligned} xy &= 60 \\ x^2 + y^2 &= 169 \end{aligned} \right\} \quad \begin{aligned} (\text{Soluc: } x_1=12, y_1=5; x_2=-12, y_2=-5; \\ x_3=5, y_3=12; x_4=-5, y_4=-12) \end{aligned}$$
17.
$$\left. \begin{aligned} x^2 - 4x - y &= 5 \\ 4x + 2y &= 6 \end{aligned} \right\} \quad (\text{Soluc: } x_1=-2, y_1=7; x_2=4, y_2=-5)$$
18.
$$\left. \begin{aligned} x^2 - x - y &= 2 \\ 3x + y &= -4 \end{aligned} \right\} \quad (\nexists \text{ soluc})$$
19.
$$\left. \begin{aligned} x^2 - y &= 1 \\ 4x - y &= 5 \end{aligned} \right\} \quad (\text{Soluc: } x=2, y=3)$$
20.
$$\left. \begin{aligned} x - y &= 11 \\ y^2 &= x - 5 \end{aligned} \right\} \quad (\text{Soluc: } x_1=9, y_1=-2; x_2=14, y_2=3)$$
21.
$$\left. \begin{aligned} xy &= 12 \\ 3x - 2y &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (\text{Soluc: } x_1=3, y_1=4; x_2=-8/3, y_2=-9/2)$$
22.
$$\left. \begin{aligned} x + y &= 1 \\ x^2 - 2x + 3y &= -1 \\ y_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{Soluc: } x_1=4, y_1=-3; x_2=1, y_2=0)$$
23.
$$\left. \begin{aligned} x - y &= 1 \\ x^2 + y^2 - 2x &= 31 \end{aligned} \right\} \quad (\text{Sol: } x_1=5, y_1=4; x_2=-3, y_2=-4)$$
24.
$$\left. \begin{aligned} 3x + y^2 &= 7 \\ 2x + y^2 &= 6 \end{aligned} \right\} \quad (\text{Soluc: } x_1=1, y_1=2; x_2=1, y_2=-2)$$
25.
$$\left. \begin{aligned} 2x - y &= 1 \\ x^2 + 3xy &= 0 \end{aligned} \right\}$$
26.
$$\left. \begin{aligned} x^2 + y^2 &= 5 \\ x - y &= -3 \end{aligned} \right\}$$
27.
$$\left. \begin{aligned} x - y &= 3 \\ x \cdot y &= 10 \end{aligned} \right\} \quad (\text{Soluc: } x_1=5, y_1=2; x_2=-2, y_2=-5)$$
28.
$$\left. \begin{aligned} x^2 - 5x - y &= -6 \\ x - y &= -1 \end{aligned} \right\}$$
29.
$$\left. \begin{aligned} x^2 + y^2 &= 15 \\ 2x - y &= 3 \end{aligned} \right\}$$
30.
$$\left. \begin{aligned} x^2 - y &= 4 \\ x - y &= 2 \end{aligned} \right\} \quad (\text{Soluc: } x_1=2, y_1=0; x_2=-1, y_2=-3)$$
31.
$$\left. \begin{aligned} y^2 &= 2ax \\ x^2 &= ay \end{aligned} \right\} \quad (\text{Soluc: } x = a \cdot \sqrt[3]{2}, y = a \cdot \sqrt[3]{4})$$

32. En la figura adjunta aparece un faro situado sobre un promontorio. Hallar la altura, h, de éste último. (Ayuda: Aplicar el teorema de Pitágoras dos veces) (Sol: 5 m)



71 problemas de planteamiento:

RECORDAR: Para resolver un problema de planteamiento de una ecuación o un sistema se requiere:

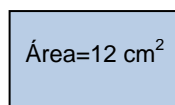
- 1) **Leer** atentamente **el enunciado** completo.
- 2) **Identificar lo que nos piden**, y llamarlo **x** (e **y**, si es un sistema).
- 3) **Plantear la ecuación** (o el sistema) que relaciona algebraicamente los datos del enunciado y la(s) incógnita(s) → es recomendable hacer una tabla (en los problemas de edades), o un dibujo (en los de tipo geométrico), o un diagrama (problemas de mezclas, depósitos...), etc.
- 4) **Resolverla**, interpretando los resultados obtenidos de acuerdo con el enunciado.
- 5) **Comprobar** que la(s) solución(es) obtenida(s) verifica(n) las condiciones del enunciado.

33. Hallar dos números positivos consecutivos cuyo producto sea 380 (Soluc: 19 y 20)

34. Calcular un número positivo sabiendo que su triple más el doble de su cuadrado es 119 (Soluc: 7)

35. Hallar en cada caso el valor de x para que los rectángulos tengan el área que se indica:

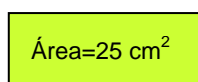
a)



$2x$

$x+3$
(Soluc: $x \cong 1,37$ cm)

b)



$x+5$

$x/2$

(Soluc: $x=5$ cm)

36. Juan ha leído ya la quinta parte de un libro. Cuando lea 90 páginas más, todavía le quedará la mitad del libro. ¿Cuántas páginas tiene el libro? ¿Cuántas páginas lleva leídas? (Soluc: 300 págs.; 60 págs.)

37. Paloma vendió los dos quintos de una colección de cómics que tenía y luego compró 100 más. Tras esto tenía el mismo número que si hubiese comprado desde el principio 40 cómics. ¿Cuántos cómics tenía Paloma al principio? (Soluc: 150 cómics)

38. En un texto matemático babilónico que se conserva en una tablilla en el Museo Británico de Londres se lee: «Restamos al área de un cuadrado su lado y obtenemos 870». Hallar el lado de dicho cuadrado. (Soluc: 30)

39. Un campo está plantado con un total de 250 árboles, entre olivos y almendros. Si el doble de almendros son 10 menos que el total de los olivos, ¿cuántos almendros habrá? ¿Y cuántos olivos? (Soluc: 80 almendros y 170 olivos)

40. Problema planteado por Diofanto (matemático griego del siglo III d.C.): "Encontrar dos números tales que su suma sea 20 y su producto 96" (Soluc: 8 y 12)

41. Hallar dos números sabiendo que su suma es 36 y que al dividir el mayor entre el menor el cociente es 2 y el resto 3. (Soluc: 11 y 25)

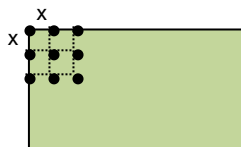
42. Carlos es 6 años mayor que Javier y éste tiene la mitad de años que Pablo. Hallar la edad de cada uno, sabiendo que suman 70 años. (Soluc: 16, 22 y 32 años)

43. Uno de los lados de un rectángulo es 3 m más pequeño que el triple del otro. Si el perímetro y área coinciden numéricamente, hallar ambos lados. (Soluc: 3 y 6 m)
44. Hallar una fracción irreducible sabiendo que su denominador es igual al cuadrado del numerador menos 4, y ambos términos suman 86 (Soluc: 9/77)
45. El perímetro de un solar rectangular mide 40 m. Si su ancho es la tercera parte de su largo, ¿cuánto miden los lados del solar? (Soluc: 15 m de largo y 5 m de ancho)
46. En una granja viven la mitad de gallinas que de conejos. Si en total podemos contar 110 patas, ¿cuántos conejos y gallinas pueblan la granja? (Soluc: 11 gallinas y 22 conejos)
47. Para vallar una finca rectangular de 750 m² se han utilizado 110 m de cerca. Calcular las dimensiones de la cerca. (Soluc: 25 x 30 m)
48. Dos tinajas contienen una cierta cantidad diferente de vino cada una. Si juntamos ambos contenidos obtendríamos 100 l, y si de una de ellas retiramos la mitad de su contenido y el resto se lo añadimos a la otra juntaríamos 70 l. ¿Cuántos litros contienen cada una? (Soluc: 60 y 40 l)
49. Hallar las dimensiones de un rectángulo sabiendo que su perímetro es 34 cm y su diagonal 13 cm. (Soluc: 12 cm x 5 cm)
50. Según una noticia publicada en la prensa, una determinada ciudad fue visitada en 2010 por dos millones de turistas, lo cual supuso un 20 % más que en 2008. ¿Cuál fue la afluencia de turistas en este último año? (Soluc: 1,6 millones)
51. Calcular los lados de un triángulo rectángulo, sabiendo que son tres números consecutivos. (Soluc: 3, 4 y 5)
52. Un triángulo rectángulo tiene de perímetro 24 m y la longitud de un cateto es igual a tres cuartos de la del otro. Hallar cuánto miden sus catetos. (Ayuda: Llamar x a un cateto e y a la hipotenusa, y plantear un sistema). (Soluc: 6 m y 8 m)
53. Compramos en las rebajas unos pantalones por 18 €. Si nos han rebajado el 10 %, ¿cuál era su precio original? (Soluc: 20 €)
54. Un padre tiene el doble de edad que su hijo. Hace 17 años, tenía el triple. Hallar la edad de ambos. (Soluc: 68 y 34 años)
55. Un depósito de agua tiene forma de ortoedro cuya altura es 10 m y su capacidad 4000 m³. Hallar el lado de la base sabiendo que es cuadrada. (Soluc: 20 m)
56. Juan cobra un 10 % menos que María. Si ésta cobra 1500 €, ¿cuánto cobrará el primero? (Soluc: 1350 €)
57. Una ciudad de 160000 habitantes ha perdido la última década el 20 % de la población. Hallar los habitantes que tenía hace 10 años. (Soluc: 200000 habitantes)

58. *Problema del bambú (texto indio del siglo IX):* Un bambú que mide 30 codos y que se eleva sobre un terreno plano se rompe en un punto por la fuerza del viento, de forma que la punta se queda ahora colgando a 16 codos del suelo. ¿A qué altura se ha roto? (Soluc: 23 codos)
59. Calcular el área de un triángulo equilátero cuyo lado mide 6 m. (Soluc: 15,59 m²)
60. Se tiene un lote de baldosas cuadradas. Si se forma con ellas un cuadrado de x baldosas por lado sobran 27, y si se toman $x+1$ baldosas por lado faltan 40. Hallar las baldosas del lote. (Soluc: 1116 baldosas)
61. Juan pierde los $\frac{3}{8}$ de las canicas que tenía, con lo cual le quedan 10. ¿Cuántas canicas tenía al principio? (Soluc: 16 canicas)
62. En una clase el 70% son chicos. Además, se sabe que hay 12 chicas menos que chicos. ¿Cuántas chicas y chicos hay? (Soluc: 21 chicos y 9 chicas)
63. Un padre tiene 49 años y su hijo 11. ¿Dentro de cuántos años la edad del padre será el triple de la edad del hijo? (Soluc: Dentro de 8 años)
64. Un frutero vende en un día las dos quintas partes de una partida de naranjas. Además, se le estropean 8 kg, de forma que al final le quedan la mitad de naranjas que tenía al comenzar la jornada. ¿Cuántos kg tenía al principio? (Soluc: 80 kg)
65. Entre Rosa y Beatriz tienen 124 discos compactos. Si Rosa le diera a Beatriz 3 discos, entonces Rosa tendría el triple de discos que Beatriz. ¿Cuántos discos tiene cada una? (Soluc: Rosa tiene 96 discos y Beatriz 28)
66. Una caja llena pesa 242 g y con la mitad de contenido pesa 188 g. ¿Cuántos gramos pesa la caja vacía? (Soluc: 134 g)
67. Juan y María son dos hermanos que están con sus amigos. En un momento dado les preguntan cuántos hermanos y hermanas son, a lo que cada uno de ellos responde de la misma forma: "Tengo el doble de hermanos que de hermanas". ¿Cuántos hermanos y hermanas son?
68. Un grupo de amigos celebra una comida cuyo coste total asciende a 120 €. Uno de ellos hace notar que, si fueran cuatro más, hubieran pagado 5 € menos por persona. ¿Cuántos amigos son y cuánto paga cada uno? (Soluc: 8 amigos; 15 €)
69. Un grupo de personas se encuentra en una sala de multicines. La mitad se dirige a la sala A, la tercera parte opta por la sala B y una pareja decide ir a la cafetería. ¿Cuántas personas componían el grupo? (Soluc: 12 personas)
70. Un padre ha dado a sus hijos respectivamente un tercio, un cuarto y un quinto de lo que tenía, y aún le quedan 26 € ¿Cuánto dinero tenía? (Soluc: 120 €)
71. Nada se sabe de la vida del matemático griego **Diofanto** (siglo III d.C.), excepto su edad al morir. Ésta se sabe por una cuestión planteada en una colección de problemas del siglo V o VI, que reza así: «La juventud de Diofanto duró $\frac{1}{6}$ de su vida... se dejó barba después de $\frac{1}{12}$ más. Después de $\frac{1}{7}$ de su vida se casó. Cinco años después tuvo un hijo. Éste vivió exactamente la mitad de tiempo que su padre, y Diofanto murió cuatro años después». Hallar la edad de Diofanto. (Soluc: 84 años)

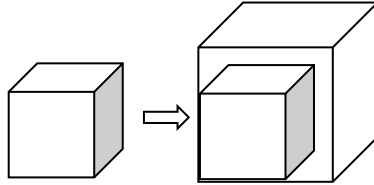
- 72.** Preguntada una persona por su edad contestó: "Sumad 25 al producto del número de años que tenía hace 5 años por el de los que tendré dentro de 5 años y os resultará un número igual al cuadrado de la edad que tengo hoy". Hallar la edad de la persona en el momento actual. (Soluc: se verifica para cualquier edad)
- 73.** Si el lado de un cuadrado aumenta 2 cm, su área aumenta 28 cm² ¿Cuáles son las dimensiones del cuadrado originario? (Soluc: Se trata de un cuadrado de lado 6 cm)
- 74.** Calcular la base y la altura de un rectángulo, sabiendo que su área es 56 cm² y su perímetro 30 cm. (Soluc: 7x8 cm)
- 75.** En una papelería venden el paquete de bolígrafos a un precio total de 12 €. Si el precio de un bolígrafo subiera 0,10 €, para mantener ese precio total del paquete cada uno debería tener 4 bolígrafos menos. ¿Cuál es el precio de un bolígrafo y cuántos trae cada paquete?
(Ayuda: llamar x al nº de bolígrafos que trae el paquete e y al precio de cada bolígrafo, y plantear un sistema)
Comprobar que la solución obtenida verifica las condiciones del enunciado.
(Soluc: cada bolígrafo cuesta 50 cent., y el paquete tiene 24)
- 76.** Javier tiene 27 años más que su hija Nuria. Dentro de ocho años, la edad de Javier doblará la de Nuria. ¿Cuántos años tiene cada uno? (Soluc: Javier, 46 años, y Nuria, 19)
- 77.** Un grupo de estudiantes alquila un piso por el que tienen que pagar 420 € al mes. Uno de ellos hace cuentas y observa que si fueran dos estudiantes más, cada uno tendría que pagar 24 € menos. ¿Cuántos estudiantes han alquilado el piso? ¿Cuánto paga cada uno?
(Ayuda: llamar x al nº de estudiantes e y a lo que paga cada uno, y plantear un sistema)
Comprobar que la solución obtenida verifica las condiciones del enunciado.
(Soluc: 5 estudiantes a 84 € cada uno)
- 78.** Con dos tipos de barniz, de 3,50 €/kg y de 1,50 €/kg, queremos obtener un barniz de 2,22 €/kg. ¿Cuántos kilogramos tenemos que poner de cada clase para obtener 50 kg de la mezcla? (Ayuda: plantear un sistema de ecuaciones de primer grado) (Soluc: 18 kg del barniz de 3,50 y 32 kg del de 1,50)
- 79.** Dos árboles de 15 m y 20 m de altura están a una distancia de 35 m. En la copa de cada uno hay una lechuza al acecho. De repente, aparece entre ellos un ratoncillo, y ambas lechuzas se lanzan a su captura a la misma velocidad, llegando simultáneamente al lugar de la presa. ¿A qué distancia de cada árbol apareció el ratón? (Ayuda: Si se lanzan a la misma velocidad, recorren el mismo espacio, pues llegan a la vez; aplicar el teorema de Pitágoras, y plantear un SS.EE. de 2º grado) (Soluc: a 15 m del árbol de 20 m)
- 80.** Un almacenista de fruta compra un determinado número de cajas de fruta por un total de 100 €. Si hubiera comprado 10 cajas más y cada caja le hubiera salido por 1 € menos, entonces habría pagado 120 €. ¿Cuántas cajas compró y cuánto costó cada caja? (Soluc: 20 cajas a 5 €)
- 81.** Calcular dos números positivos sabiendo que su cociente es $\frac{2}{3}$ y su producto 216 (Soluc: 12 y 18)
- 82.** Un rectángulo tiene 300 cm² de área y su diagonal mide 25 cm. ¿Cuánto miden sus lados? (Sol: 20 cm y 15 cm)

83. Un frutero ha comprado manzanas por valor de 336 €. Si el kilo de manzanas costara 0,80 € menos, podría comprar 48 kg más. Calcular el precio de las manzanas y la cantidad que compró. (Ayuda: plantear un SS.EE. de 2º grado) (Soluc: 120 kg a 2,80 €/kg)
84. Una persona compra una parcela de terreno por 4800 €. Si el m² hubiera costado 2 € menos, por el mismo dinero habría podido comprar una parcela 200 m² mayor. ¿Cuál es la superficie de la parcela que ha comprado? ¿Cuánto cuesta el m²? (Soluc: 600 m²; 8 €)
85. El área de un **triángulo** rectángulo es 30 m² y la hipotenusa mide 13 m. ¿Cuáles son las longitudes de los catetos? (Soluc: 12 m y 5 m)
86. Calcular dos números naturales impares consecutivos cuyo producto sea 195 (Soluc: 13 y 15)
87. Si multiplicamos la tercera parte de cierto número por sus tres quintas partes, obtenemos 405. ¿Cuál es ese número? (Soluc: 45)
88. Varios amigos alquilan un local por 800 €. Si hubieran sido tres más, habría pagado cada uno 60 € menos. ¿Cuántos amigos son? (Ayuda: llamar x al nº de amigos e y a lo que paga cada uno) (Soluc: 5 amigos)
89. Uno de los lados de un rectángulo es doble que el otro y el área mide 50 m². Calcular las dimensiones del rectángulo. (Soluc: 5 x 10 m)
90. Un campo rectangular de 4 ha de superficie tiene un perímetro de 10 hm. Calcular, en metros, su longitud y su anchura. (1 ha=100 a; 1 a=100 m²) (Soluc: 100 m x 400 m)
91. Las diagonales de un rombo están en la relación de 2 a 3. El área es de 108 cm². Calcular la longitud de las diagonales y el lado del rombo. (Soluc: d=12 cm; D=18 cm; l=10,81 cm)
92. El diámetro de la base de un cilindro es igual a su altura. El área total es 169,56 m². Calcular sus dimensiones. (Soluc: d=h=6 m)
93. Calcular la velocidad y el tiempo que ha invertido un ciclista en recorrer una etapa de 120 km sabiendo que, si hubiera ido 10 km/h más deprisa, habría tardado una hora menos. (Soluc: v=30 km/h; t=4 h)
94. En un terreno rectangular de lados 64 m y 80 m se quieren plantar 357 árboles formando una cuadrícula regular. ¿Cuál será el lado de esa cuadrícula? (Ayuda: En el lado menor, por ejemplo, hay 64/x cuadrículas, y un árbol más que el número de cuadrículas) (Soluc: x=4 m)



95. Un padre tiene 30 años más que su hijo. Dentro de 15 años duplicará su edad. Hallar la edad de ambos. (Soluc: 45 y 15)

96. Al aumentar en 1 cm la arista de un cubo su volumen aumenta en 271 cm^3 . ¿Cuánto mide la arista? (Ayuda: plantear una ecuación de 3^{er} grado) (Soluc: 9 cm)



97. Dos tinajas tienen la misma cantidad de vino. Si se pasan 37 litros de una a otra, ésta contiene ahora el triple que la primera ¿Cuántos litros de vino había en cada tinaja al principio? (Soluc: 74 l)
98. Un padre, preocupado por motivar a su hijo en Matemáticas, se compromete a darle 1 € por problema bien hecho, mientras que, si está mal, el hijo le devolverá 0,5 €. Después de realizar 60 problemas, el hijo ganó 30 €. ¿Cuántos problemas resolvió correctamente? (Ayuda: Plantear un SS.EE. de 1^{er} grado) (Soluc: 40 problemas)
99. Juan compra cierto número de botes de conserva por 24 €. Observa que, si cada bote costara 2 € menos, podría haber comprado un bote más con la misma cantidad de dinero. ¿Cuántos botes compró y a qué precio? (Soluc: 3 botes a 8 € cada uno)
100. Tres hermanos se reparten un premio de 350 €. Si el mayor recibe la mitad de lo que recibe el mediano; y el mediano la mitad de lo que recibe el pequeño, ¿cuánto dinero tendrá cada hermano al final? (Soluc: 50 € el mayor, 100 € el mediano y 200 € el pequeño)
101. Un rancho decide repartir una manada de 456 caballos entre sus hijos e hijas. Antes del reparto se enfada con los dos únicos varones, que se quedan sin caballos. Así, cada hija recibe 19 cabezas más. ¿Cuántas hijas tiene el rancho? (Soluc. 6 hijas)
102. Una cuadrilla de vendimiadores tiene que vendimiar dos fincas, una de las cuales tiene doble superficie que la otra. Durante medio día trabajó todo el personal de la cuadrilla en la finca grande; después de la comida, una mitad de la gente quedó en la finca grande y la otra mitad trabajó en la pequeña. Durante esa tarde fueron terminadas las dos fincas, a excepción de un reducido sector de la finca pequeña, cuya vendimia ocupó el día siguiente completo a un solo vendimiador. ¿Con cuántos vendimiadores contaba la cuadrilla? (Ayuda: Llamar x al nº de vendimiadores y s a la superficie que vendimia una persona en media jornada, y plantear una ecuación, ¡no un sistema!) (Soluc. 8 vendimiadores)
103. Tres amigos juegan una partida de cartas en la que convienen que el que pierda una partida pagará a los otros dos la cantidad que tenga cada uno de ellos en ese momento. Después de 3 manos, en las que cada uno pierde una partida, los tres acaban con la misma cantidad, 20 € ¿Con cuántos € comenzó cada uno? (Soluc: 32,5 €, 17,5 € y 10 €)