PRUEBA DE EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBAS DE ADMISIÓN
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA Y CENTROS en MARRUECOS
CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA, CURSO 2021-2022

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración: 1 hora y 30 minutos**

b) **Este examen consta de 8 ejercicios distribuidos en 2 bloques (A y B) de 4 ejercicios cada uno.**

c) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2.5 puntos.

d) **Se realizarán únicamente cuatro ejercicios, independientemente del bloque al que pertenezcan.** En caso de responder a más de cuatro ejercicios, se corregirán los cuatro que aparezcan físicamente en primer lugar.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

f) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

BLOQUE A

EJERCICIO 1 (2.5 puntos)

Calcula a sabiendo que $\lim_{x\to+\infty} \frac{ax}{(\ln x)^3+2x}=1$ (donde *ln* denota la función logaritmo neperiano)

EJERCICIO 2 (2.5 puntos)

Calcula los vértices y el área del rectángulo de área máxima inscrito en el recinto limitado por la gráfica de la función $f:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}$ definida por $f(x)=-x^2+12$ y el eje de abscisas, y que tiene su base sobre dicho eje.

EJERCICIO 3 (2.5 puntos)

Calcula $\int_3^8 \frac{1}{\sqrt{1+x}-1}dx$ (Sugerencia: efectúa el cambio de variable $t=\sqrt{1+x}-1$).

EJERCICIO 4 (2.5 puntos)

Considera las funciones $f,g:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}$ definidas por $f(x)=x^3+2$ y $g(x)=-x^2+2x+2$.

a) Calcula los puntos de corte de las gráficas de f y g. Esboza sus gráficas. **(1,25 puntos)**

b) Determina el área del recinto limitado por las gráficas de f y g en el primer cuadrante. **(1,25 puntos)**

PRUEBA DE EVALUACIÓN DE BACHILLERATO
PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBAS
DE ADMISIÓN
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA Y CENTROS en MARRUECOS
CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA, CURSO 2021-2022

MATEMÁTICAS II

BLOQUE B

EJERCICIO 5 (2.5 puntos)

Considera las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -2 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 1 & a\\ 2 & a & 1\\ 2 & 2 & 0\end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix}1 & 0 & -2\\ 2 & -1 & -1\end{pmatrix}$

a) Determina los valores de *a* para los que la matriz B no tiene inversa. **(0,5 puntos)**

b) Para *a = 1* calcula X tal que $AXB=C$, si es posible. **(2 puntos)**

EJERCICIO 6 (2.5 puntos)

Se sabe que $\begin{vmatrix}a & b & c\\ p & q & r\\ x & y & z\end{vmatrix}=-2$.

a) Calcula: $\begin{vmatrix}a & c & b\\ 2x & 2z & 2y\\ -3p & -3r & -3q\end{vmatrix}$ **(1 punto)**

b) Calcula: $\begin{vmatrix}x & a-3p & -2a\\ y & b-3q & -2b\\ z & c-3r & -2c\end{vmatrix}$ **(1,5 puntos)**

EJERCICIO 7 (2.5 puntos)

Considera las rectas $r\equiv x+1=y-a=-z$ y $s\equiv\begin{cases}x=5+2\lambda\\ y=-3\\ z=2-\lambda\end{cases}$

a) Calcula *a* para que *r* y *s* se corten. Determina dicho punto de corte. **(1,5 puntos)**

b) Halla la ecuación del plano que pasa por $P(8,-7,2)$ y que contiene a la recta *s*. **(1 punto)**

EJERCICIO 8 (2.5 puntos)

Sea el plano $\pi\equiv x+y-z=2$ y la recta $r\equiv x=\frac{y}{3}=z-1$.

a) Calcula, si existe, el punto de intersección de π y *r*. **(0,75 puntos)**

b) Dado el punto $Q(2,6,3)$, halla su simétrico respecto del plano π. **(1,75 puntos)**

SOLUCIONES

BLOQUE A

EJERCICIO 1 (2.5 puntos)

Calcula a sabiendo que $\lim_{x\to+\infty} \frac{ax}{(\ln x)^3+2x}=1$ (donde *ln* denota la función logaritmo neperiano)

Calculamos el valor del límite en función de "a".

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{ax}{(\ln x)^3+2x}=\frac{\infty}{\infty}=\text{Indeterminación(L´Hôpital)}=$$

$$=\lim_{x\to+\infty} \frac{a}{3(\ln x)^2\frac{1}{x}+2}=\lim_{x\to+\infty} \frac{a}{\frac{3(\ln x)^2}{x}+2}=\lim_{x\to+\infty} \frac{a}{\frac{3(\ln x)^2+2x}{x}}=\lim_{x\to+\infty} \frac{ax}{3(\ln x)^2+2x}=\frac{\infty}{\infty}=$$

$$=\text{Indeterminación(L´Hôpital)}=\lim_{x\to+\infty} \frac{a}{6(\ln x)\frac{1}{x}+2}=\lim_{x\to+\infty} \frac{a}{\frac{6(\ln x)+2x}{x}}=\lim_{x\to+\infty} \frac{ax}{6(\ln x)+2x}=$$

$$=\text{Indeterminación(L´Hôpital)}=\lim_{x\to+\infty} \frac{a}{6\frac{1}{x}+2}=\lim_{x\to+\infty} \frac{a}{\frac{6}{x}+2}=\lim_{x\to+\infty} \frac{a}{\frac{6+2x}{x}}=\lim_{x\to+\infty} \frac{ax}{6+2x}=$$

$$=\left\{\begin{array}{l}\text{Grado del numerador}\\ \text{igual que el grado del}\\ \text{denominador}\end{array}\right\}=\boxed{\frac{a}{2}}$$

Como el límite debe valer 1 tenemos que $\frac{a}{2}=1\Rightarrow \boxed{a=2}$

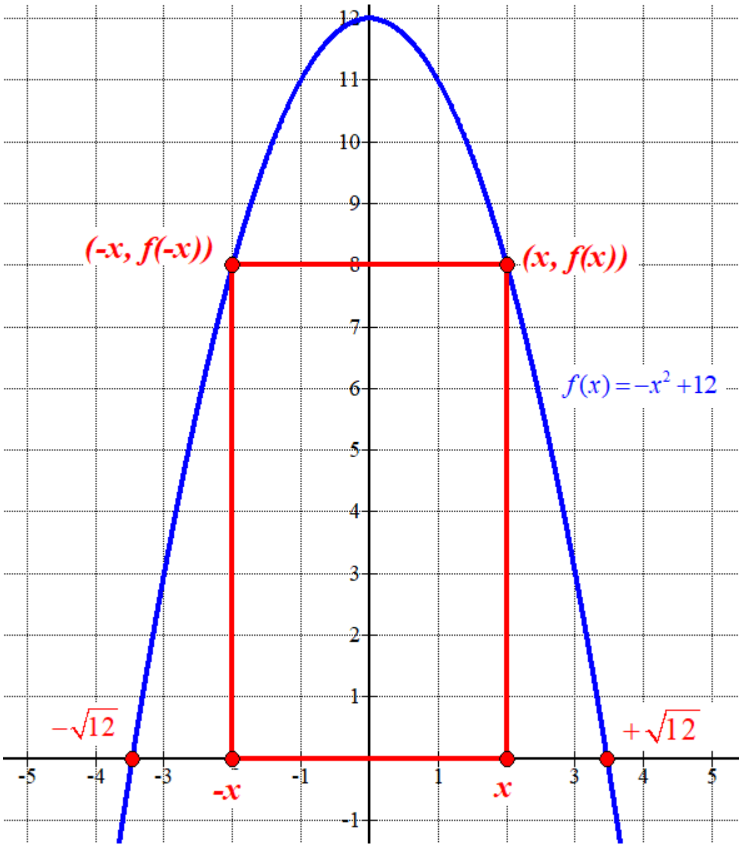
El valor de "a" que hace cierta la igualdad es $a = 2$.

EJERCICIO 2 **(2.5 puntos)**
Calcula los vértices y el área del rectángulo de área máxima inscrito en el recinto limitado por la gráfica de la función $f:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}$ definida por $f(x)=-x^2+12$ y el eje de abscisas, y que tiene su base sobre dicho eje.

Veamos cuando corta el eje de abscisas la parábola.

$$\left.\begin{array}{r} f(x)=-x^2+12 \\ y=0 \end{array}\right\} \Rightarrow -x^2+12=0 \Rightarrow x^2=12 \Rightarrow \boxed{x=\pm\sqrt{12}}$$

Dibujamos la situación planteada.



El área del rectángulo rojo del dibujo es:

$$Área = base \cdot altura = 2x \cdot f(x) = 2x\left(-x^2+12\right) = -2x^3+24x$$

La función que debemos maximizar es $A(x)=-2x^3+24x,\ \ x\in\left[0,+\sqrt{12}\right]$

Hallamos su derivada y la igualamos a cero.

$$A(x)=-2x^3+24x \Rightarrow A'(x)=-6x^2+24$$

$$A'(x)=0 \Rightarrow -6x^2+24=0 \Rightarrow x^2-4=0 \Rightarrow x^2=4 \Rightarrow x=\sqrt{4}=2$$

Comprobamos si es máximo o mínimo utilizando el signo de la segunda derivada.

$$A'(x) = -6x^2 + 24 \Rightarrow A''(x) = -12x \Rightarrow A''(2) = -12(2) = -24 < 0$$

Como la segunda derivada es negativa tenemos que en *x = 2* hay un máximo relativo de la función área.

El área máxima es $A(2) = -2 \cdot 2^3 + 24 \cdot 2 = -16 + 48 = \boxed{32\ u^2}$

Para *x = 2* la función vale $f(2) = -2^2 + 12 = 8$. Para *x = –2* toma el mismo valor $f(-2) = 8$

Las coordenadas de los vértices son: (–2, 0); (2, 0); (–2, 8) y (2, 8).

EJERCICIO 3 (2.5 puntos)

Calcula $\int_3^8 \frac{1}{\sqrt{1+x}-1}dx$ (Sugerencia: efectúa el cambio de variable $t=\sqrt{1+x}-1$).

Calculamos primero la integral indefinida.

$$\int \frac{1}{\sqrt{1+x}-1}dx = \left\{ \begin{array}{l} \text{Cambio de variable} \\ t=\sqrt{1+x}-1 \to t+1=\sqrt{1+x} \to dt=\frac{1}{2\sqrt{1+x}}dx \\ 2\sqrt{1+x}dt=dx \to 2(1+t)dt=dx \end{array} \right\} = \int \frac{1}{t}2(1+t)dt =$$

$$=2\int \frac{1+t}{t}dt = 2\int \frac{1}{t}dt + 2\int \frac{t}{t}dt = 2\ln|t| + 2\int dt = 2\ln|t| + 2t =$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \text{Deshacemos el cambio} \\ t=\sqrt{1+x}-1 \end{array} \right\} = 2\ln\left|\sqrt{1+x}-1\right| + 2\sqrt{1+x}-2+K = 2\ln\left|\sqrt{1+x}-1\right| + 2\sqrt{1+x}+K$$

Lo aplicamos en el calculo de la integral definida pedida.

$$\int_3^8 \frac{1}{\sqrt{1+x}-1}dx = \left[2\ln\left|\sqrt{1+x}-1\right| + 2\sqrt{1+x}\right]_3^8 =$$

$$=\left[2\ln\left|\sqrt{1+8}-1\right| + 2\sqrt{1+8}\right] - \left[2\ln\left|\sqrt{1+3}-1\right| + 2\sqrt{1+3}\right] = 2\ln 2 + 6 - 2\ln 1 - 4 = \boxed{2+2\ln 2}$$

EJERCICIO 4 (2.5 puntos)

Considera las funciones $f, g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = x^3 + 2$ y $g(x) = -x^2 + 2x + 2$.

a) Calcula los puntos de corte de las gráficas de *f* y *g*. Esboza sus gráficas. **(1,25 puntos)**

b) Determina el área del recinto limitado por las gráficas de *f* y *g* en el primer cuadrante. **(1,25 puntos)**

a)

$$f(x) = g(x) \Rightarrow x^3 + 2 = -x^2 + 2x + 2 \Rightarrow x^3 + x^2 - 2x = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x\left(x^2 + x - 2\right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \boxed{x = 0} \\ x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4(-2)}}{2} = \dfrac{-1 \pm 3}{2} = \begin{cases} \dfrac{-1+3}{2} = \boxed{1 = x} \\ \dfrac{-1-3}{2} = \boxed{-2 = x} \end{cases} \end{cases}$$

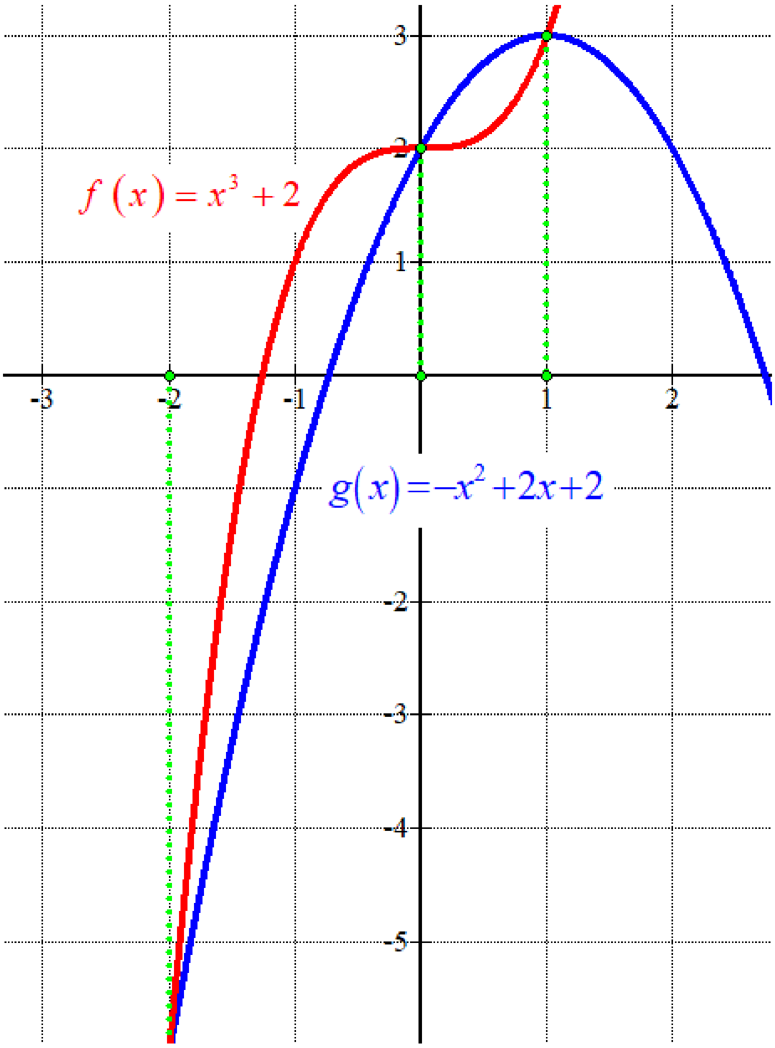
Las gráficas se cortan en $x = -2$, $x = 0$ y $x = 1$.

Como $f(-2) = (-2)^3 + 2 = -6$, $f(0) = 0^3 + 2 = 2$ y $f(1) = 1^3 + 2 = 3$ los puntos de corte tienen coordenadas (–2, –6), (0, 2) y (1, 3)

Para dibujar sus gráficas hacemos una tabla de valores.

x	$y = x^3 + 2$
–2	–6
–1	1
0	2
1	3
2	10

x	$y = -x^2 + 2x + 2$
–2	–6
–1	–1
0	2
1	3
2	2

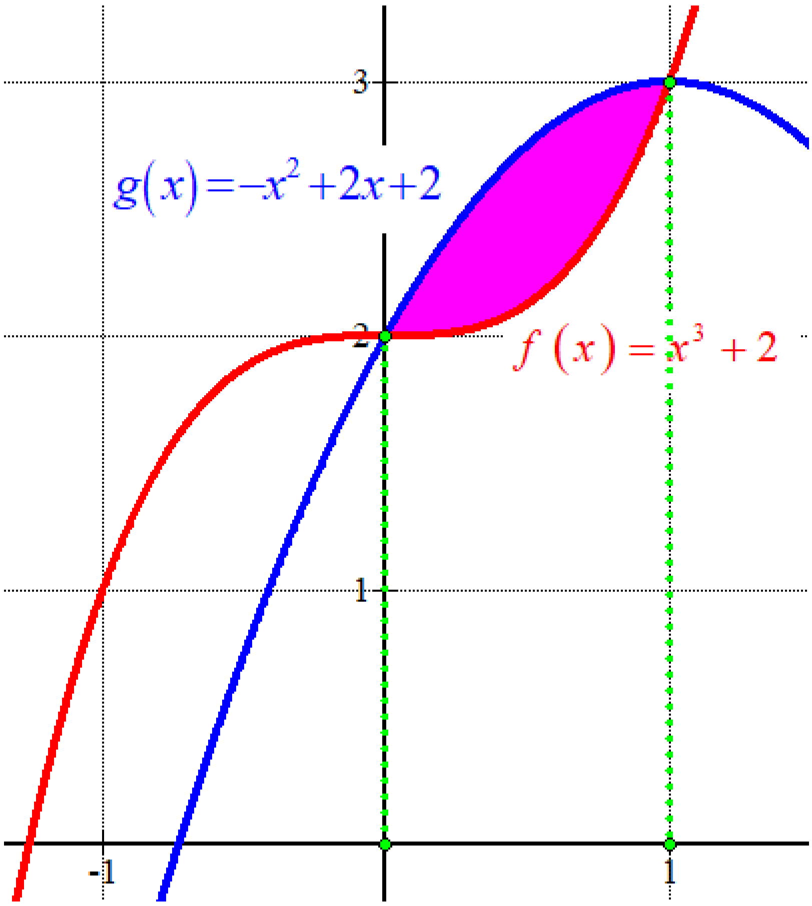


b) En el primer cuadrante el recinto limitado por las gráficas está situado entre 0 y 1.
El área es la integral definida de la diferencia de las dos funciones entre 0 y 1.

$$Área = \int_0^1 g(x) - f(x)\,dx = \int_0^1 -x^2+2x+2-\left(x^3+2\right)dx = \int_0^1 -x^2+2x+2-x^3-2\,dx =$$

$$= \int_0^1 -x^3-x^2+2x\,dx = \left[-\frac{x^4}{4}-\frac{x^3}{3}+x^2\right]_0^1 =$$

$$= \left[-\frac{1^4}{4}-\frac{1^3}{3}+1^2\right] - \left[-\frac{0^4}{4}-\frac{0^3}{3}+0^2\right] = -\frac{1}{4}-\frac{1}{3}+1 = \boxed{\frac{5}{12} \simeq 0.417\,u^2}$$



BLOQUE B

EJERCICIO 5 (2.5 puntos)

Considera las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -2 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 1 & a\\ 2 & a & 1\\ 2 & 2 & 0\end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix}1 & 0 & -2\\ 2 & -1 & -1\end{pmatrix}$

a) Determina los valores de *a* para los que la matriz B no tiene inversa. **(0,5 puntos)**
b) Para *a = 1* calcula X tal que $AXB=C$, si es posible. **(2 puntos)**

a) Para que no tenga inversa la matriz B su determinante debe ser nulo.

$$|B|=\begin{vmatrix}1 & 1 & a\\ 2 & a & 1\\ 2 & 2 & 0\end{vmatrix}=0+2+4a-2a^2+0-2=-2a^2+4a$$

$$|B|=0\Rightarrow -2a^2+4a=0\Rightarrow -2a(a-2)=0\Rightarrow\begin{cases}\boxed{a=0}\\ o\\ \boxed{a=2}\end{cases}$$

La matriz B no tiene inversa cuando *a = 0* o *a = 2*.

b) Para *a = 1* la matriz B tiene inversa y la matriz A también.

Despejamos X en la ecuación matricial.

$$AXB=C\Rightarrow X=A^{-1}CB^{-1}$$

Hallamos la matriz inversa de A.

$$A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -2 & 1\end{pmatrix}\Rightarrow |A|=1\neq 0$$

$$A^{-1}=\frac{Adj\left(A^T\right)}{|A|}=\frac{Adj\begin{pmatrix}1 & -2\\ 0 & 1\end{pmatrix}}{1}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2 & 1\end{pmatrix}$$

Hallamos la inversa de B.

$$B=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 2 & 1 & 1\\ 2 & 2 & 0\end{pmatrix}\Rightarrow |B|=\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ 2 & 1 & 1\\ 2 & 2 & 0\end{vmatrix}=2+4-2-2=2$$

$$B^{-1}=\frac{Adj\left(B^{T}\right)}{|B|}=\frac{Adj\begin{pmatrix}1&2&2\\1&1&2\\1&1&0\end{pmatrix}}{2}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}+\begin{vmatrix}1&2\\1&0\end{vmatrix}&-\begin{vmatrix}1&2\\1&0\end{vmatrix}&+\begin{vmatrix}1&1\\1&1\end{vmatrix}\\-\begin{vmatrix}2&2\\1&0\end{vmatrix}&+\begin{vmatrix}1&2\\1&0\end{vmatrix}&-\begin{vmatrix}1&2\\1&1\end{vmatrix}\\+\begin{vmatrix}2&2\\1&2\end{vmatrix}&-\begin{vmatrix}1&2\\1&2\end{vmatrix}&+\begin{vmatrix}1&2\\1&1\end{vmatrix}\end{pmatrix}$$

$$B^{-1}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-2&2&0\\2&-2&1\\2&0&-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1&0\\1&-1&1/2\\1&0&-1/2\end{pmatrix}$$

Calculamos la matriz X.

$$X=A^{-1}CB^{-1}=\begin{pmatrix}1&0\\2&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0&-2\\2&-1&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1&1&0\\1&-1&1/2\\1&0&-1/2\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}1&0\\2&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1-2&1&1\\-2-1-1&2+1&-1/2+1/2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0\\2&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-3&1&1\\-4&3&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-3&1&1\\-6-4&2+3&2\end{pmatrix}$$

$$\boxed{X=\begin{pmatrix}-3&1&1\\-10&5&2\end{pmatrix}}$$

EJERCICIO 6 (2.5 puntos)

Se sabe que $\begin{vmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{vmatrix} = -2$.

a) Calcula: $\begin{vmatrix} a & c & b \\ 2x & 2z & 2y \\ -3p & -3r & -3q \end{vmatrix}$ **(1 punto)**

b) Calcula: $\begin{vmatrix} x & a-3p & -2a \\ y & b-3q & -2b \\ z & c-3r & -2c \end{vmatrix}$ **(1,5 puntos)**

a)

$$\begin{vmatrix} a & c & b \\ 2x & 2z & 2y \\ -3p & -3r & -3q \end{vmatrix} = \left\{\begin{array}{l} \text{Intercambiamos} \\ \text{Columna } 2^{\text{a}} \text{ y } 3^{\text{a}} \\ \text{El determinante cambia} \\ \text{de signo} \end{array}\right\} = -\begin{vmatrix} a & b & c \\ 2x & 2y & 2z \\ -3p & -3q & -3r \end{vmatrix} =$$

$$= \left\{\begin{array}{l} \text{Sacamos factor común} \\ 2 \text{ en fila } 2^{\text{a}} \text{ y} \\ -3 \text{ en fila } 3^{\text{a}} \end{array}\right\} = -2(-3)\begin{vmatrix} a & b & c \\ x & y & z \\ p & q & r \end{vmatrix} = 6\begin{vmatrix} a & b & c \\ x & y & z \\ p & q & r \end{vmatrix} =$$

$$= \left\{\begin{array}{l} \text{Intercambiamos} \\ \text{Fila } 2^{\text{a}} \text{ y } 3^{\text{a}} \\ \text{El determinante cambia} \\ \text{de signo} \end{array}\right\} = -6\begin{vmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{vmatrix} = -6\cdot(-2) = \boxed{12}$$

b)

$$\begin{vmatrix} x & a-3p & -2a \\ y & b-3q & -2b \\ z & c-3r & -2c \end{vmatrix} = \left\{\begin{array}{l} \text{En la columna } 2^{\text{a}} \\ \text{la separamos en dos determinantes} \end{array}\right\} =$$

$$= \begin{vmatrix} x & a & -2a \\ y & b & -2b \\ z & c & -2c \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x & -3p & -2a \\ y & -3q & -2b \\ z & -3r & -2c \end{vmatrix} = \{\text{Sacamos factor común}\} =$$

$$= -2\begin{vmatrix} x & a & a \\ y & b & b \\ z & c & c \end{vmatrix} + (-3)(-2)\begin{vmatrix} x & p & a \\ y & q & b \\ z & r & c \end{vmatrix} =$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \text{En el primer determinante} \\ \text{la columna 2ª y 3ª son iguales} \\ \text{El determinante vale 0} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{En el segundo determinante} \\ \text{intercambiamos columna 1ª y 3ª} \\ \text{El determinante cambia de signo} \end{array} \right\} =$$

$$= 0 - 6 \begin{vmatrix} a & p & x \\ b & q & y \\ c & r & z \end{vmatrix} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Trasponemos la matriz del determinante} \\ \text{El determinante no cambia} \end{array} \right\} = -6 \begin{vmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{vmatrix} = -6(-2) = \boxed{12}$$

<u>EJERCICIO 7</u> (2.5 puntos)

Considera las rectas $r \equiv x+1 = y-a = -z$ y $s \equiv \begin{cases} x = 5+2\lambda \\ y = -3 \\ z = 2-\lambda \end{cases}$

a) Calcula a para que r y s se corten. Determina dicho punto de corte. **(1,5 puntos)**

b) Halla la ecuación del plano que pasa por $P(8,-7,2)$ y que contiene a la recta s. **(1 punto)**

a) Resolvemos el sistema formado por las ecuaciones de las rectas.

$$\left.\begin{array}{l} r \equiv x+1 = y-a = -z \\ s \equiv \begin{cases} x = 5+2\lambda \\ y = -3 \\ z = 2-\lambda \end{cases} \end{array}\right\} \Rightarrow 5+2\lambda+1 = -3-a = -(2-\lambda) \Rightarrow 6+2\lambda = -3-a = -2+\lambda \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 6+2\lambda = -3-a \to a = -9-2\lambda \\ 6+2\lambda = -2+\lambda \to 8 = -\lambda \to \boxed{\lambda = -8} \end{cases} \Rightarrow \boxed{a = -9-2(-8) = 7}$$

Para que el sistema tenga solución debe ser $a = 7$.

Termino de resolver el sistema con el valor $a = 7$ y determino las coordenadas del punto A de corte de las dos rectas.

$$\lambda = -8 \Rightarrow \begin{cases} x = 5+2(-8) = -11 \\ y = -3 \\ z = 2-(-8) = 10 \end{cases} \Rightarrow \boxed{A(-11,-3,10)}$$

b) El plano que contiene a la recta s tiene como uno de sus vectores directores el director de la recta. El otro vector director es el vector $\overrightarrow{Q_sP}$ que une el punto P y un punto Q_s de la recta s.

$$s \equiv \begin{cases} x = 5+2\lambda \\ y = -3 \\ z = 2-\lambda \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Q_s(5,-3,2) \\ \overrightarrow{v_s} = (2,0,-1) \end{cases}$$

$$\overrightarrow{Q_sP} = (8,-7,2)-(5,-3,2) = (3,-4,0)$$

$$\left.\begin{array}{l} \vec{u} = \overrightarrow{v_s} = (2,0,-1) \\ \vec{v} = \overrightarrow{Q_sP} = (3,-4,0) \\ P(8,-7,2) \in \pi \end{array}\right\} \Rightarrow \pi \equiv \begin{vmatrix} x-8 & y+7 & z-2 \\ 2 & 0 & -1 \\ 3 & -4 & 0 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -3y-21-8z+16-4x+32 = 0 \Rightarrow -4x-3y-8z+27 = 0 \Rightarrow \boxed{\pi \equiv 4x+3y+8z-27 = 0}$$

EJERCICIO 8 (2.5 puntos)

Sea el plano $\pi \equiv x+y-z=2$ y la recta $r \equiv x=\dfrac{y}{3}=z-1$.

a) Calcula, si existe, el punto de intersección de π y *r*. **(0,75 puntos)**

b) Dado el punto $Q(2,6,3)$, halla su simétrico respecto del plano π. **(1,75 puntos)**

a) Planteamos el sistema formado por las ecuaciones de recta y plano e intentamos resolverlo.

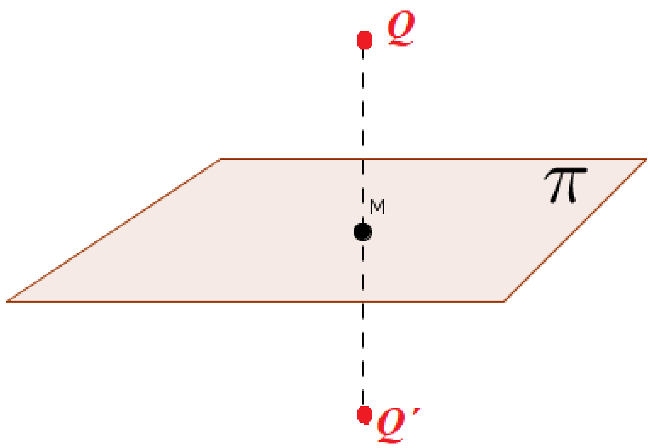
$$r \equiv x=\frac{y}{3}=z-1 \Rightarrow r \equiv \begin{cases} P_r(0,0,1) \\ \vec{v_r}=(1,3,1) \end{cases} \Rightarrow r \equiv \begin{cases} x=\lambda \\ y=3\lambda \\ z=1+\lambda \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{r} \pi \equiv x+y-z=2 \\ r \equiv \begin{cases} x=\lambda \\ y=3\lambda \\ z=1+\lambda \end{cases} \end{array}\right\} \Rightarrow \lambda+3\lambda-(1+\lambda)=2 \Rightarrow \lambda+3\lambda-1-\lambda=2 \Rightarrow 3\lambda=3 \Rightarrow \lambda=1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=3 \\ z=1+1=2 \end{cases} \Rightarrow \boxed{A(1,3,2)}$$

Recta y plano son secantes y se cortan en el punto *A(1, 3, 2)*.

b) Dibujamos la situación planteada.



Hallamos la recta *s* perpendicular al plano que pasa por el punto Q.

$$\pi \equiv x+y-z=2 \Rightarrow \vec{n}=(1,1,-1)$$

$$\left.\begin{array}{l} \vec{v_s}=\vec{n}=(1,1,-1) \\ Q(2,6,3)\in s \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{s \equiv \begin{cases} x=2+\lambda \\ y=6+\lambda \\ z=3-\lambda \end{cases}}$$

Hallamos el punto M de corte de recta y plano.

$$\left.\begin{array}{r} \pi \equiv x+y-z=2 \\ s \equiv \begin{cases} x=2+\lambda \\ y=6+\lambda \\ z=3-\lambda \end{cases} \end{array}\right\} \Rightarrow 2+\lambda+6+\lambda-(3-\lambda)=2 \Rightarrow 2+\lambda+6+\lambda-3+\lambda=2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3\lambda=-3 \Rightarrow \lambda=-1 \Rightarrow \begin{cases} x=2-1=1 \\ y=6-1=5 \\ z=3-(-1)=4 \end{cases} \Rightarrow \boxed{M(1,5,4)}$$

El punto Q´ simétrico de Q respecto del plano π se obtiene sumando al punto M el vector $\overrightarrow{QM}$.

$$\overrightarrow{QM}=(1,5,4)-(2,6,3)=(-1,-1,1)$$

$$Q'=M+\overrightarrow{QM}=(1,5,4)+(-1,-1,1)=(0,4,5)$$

El punto Q´ simétrico de Q respecto del plano π tiene coordenadas Q´(0, 4, 5).