Soluciones del modelo de Selectividad 2024

MAT CCSS II

@ProfeFranValla

BLOQUE A

@ProfeFranValla

EJERCICIO 1

Se consideran las matrices $A=\begin{pmatrix}-1 & 11\\ 5 & -4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}5 & 0\\ -3 & 9\end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix}4 & 6\\ m & 3\end{pmatrix}$.

a) **(1.25 puntos)** Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones matriciales:

$$\begin{cases} 3X+2Y=A \\ -4X+Y=B \end{cases}$$

b) **(0.5 puntos)** ¿Para qué valores de m tiene inversa la matriz C?

c) **(0.75 puntos)** Para $m=1$, calcule la matriz inversa de C.

a) (Se sobreentiende que X e Y son matrices)

Por reducción:

$$\begin{cases} 3X+2Y=A \\ -4X+Y=B \end{cases} \cdot(-2) \Rightarrow + \begin{cases} 3X+2Y=A \\ 8X-2Y=-2B \end{cases}$$

$$11X+\cancel{0}=A-2B$$

$$11X=A-2B$$

Operamos:

$$A-2\cdot B=\begin{pmatrix}-1 & 11\\ 5 & -4\end{pmatrix}-2\cdot\begin{pmatrix}5 & 0\\ -3 & 9\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-11 & 11\\ 11 & -22\end{pmatrix}$$

Por tanto:

$$X=\frac{1}{11}\cdot\begin{pmatrix}-11 & 11\\ 11 & -22\end{pmatrix}$$

$$X=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 1 & -2\end{pmatrix}$$

@ProfeFranValle

$$-4X + Y = B \Longrightarrow Y = B + 4X$$

$$Y = \underbrace{\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ -3 & 9 \end{pmatrix}}_{B} + 4 \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}}_{X}$$

$$Y = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

BLOQUE A

EJERCICIO 1

Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} -1 & 11 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ -3 & 9 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ m & 3 \end{pmatrix}$.

a) **(1.25 puntos)** Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones matriciales:

$$\begin{cases} 3X + 2Y = A \\ -4X + Y = B \end{cases}$$

b) **(0.5 puntos)** ¿Para qué valores de m tiene inversa la matriz C?

c) **(0.75 puntos)** Para $m = 1$, calcule la matriz inversa de C.

b) **Recuerda:** A tiene inversa $\Longleftrightarrow |A| \neq 0$

¿$|C| \neq 0$? $\quad |C| = \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ m & 3 \end{vmatrix} = 12 - 6m$

$$12 - 6m = 0 \Rightarrow m = 2$$

Conclusión: C tiene inversa si $m \neq 2$.

BLOQUE A

EJERCICIO 1

Se consideran las matrices $A=\begin{pmatrix}-1 & 11\\ 5 & -4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}5 & 0\\ -3 & 9\end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix}4 & 6\\ m & 3\end{pmatrix}$.

a) **(1.25 puntos)** Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones matriciales:

$$\begin{cases} 3X+2Y=A \\ -4X+Y=B \end{cases}$$

b) **(0.5 puntos)** ¿Para qué valores de m tiene inversa la matriz C?

c) **(0.75 puntos)** Para $m=1$, calcule la matriz inversa de C.

c) Como $m=1 \Rightarrow C=\begin{pmatrix}4 & 6\\ 1 & 3\end{pmatrix}$.

Fórmula de la inversa:

$$A^{-1}=\frac{(\operatorname{adj} A)^t}{|A|}$$

$$C^{-1}=\frac{(\operatorname{adj} C)^t}{|C|}$$

$$\operatorname{adj} C=\begin{pmatrix}3 & -1\\ -6 & 4\end{pmatrix} \Rightarrow (\operatorname{adj} C)^t=\begin{pmatrix}3 & -6\\ -1 & 4\end{pmatrix}$$

$$|C|=12-6=6$$

$$C^{-1}=\frac{\begin{pmatrix}3 & -6\\ -1 & 4\end{pmatrix}}{6}=\begin{pmatrix}1/2 & -1\\ -1/6 & 2/3\end{pmatrix}$$

EJERCICIO 2

@ProfeFranValle

a) **(1.5 puntos)** Representa gráficamente la región determinada por las siguientes restricciones y determine sus vértices:

$$2x+y\le 6 \qquad 4x+y\le 10 \qquad -x+y\le 3 \qquad x\ge 0 \qquad y\ge 0$$

b) **(1 punto)** Calcule el máximo de la función $f(x,y)=4x+2y-3$ en el recinto anterior e indique dónde se alcanza.

a)

$2x+y=6 \implies y=6-2x$

$4x+y=10 \implies y=10-4x$

$-x+y=3 \implies y=3+x$

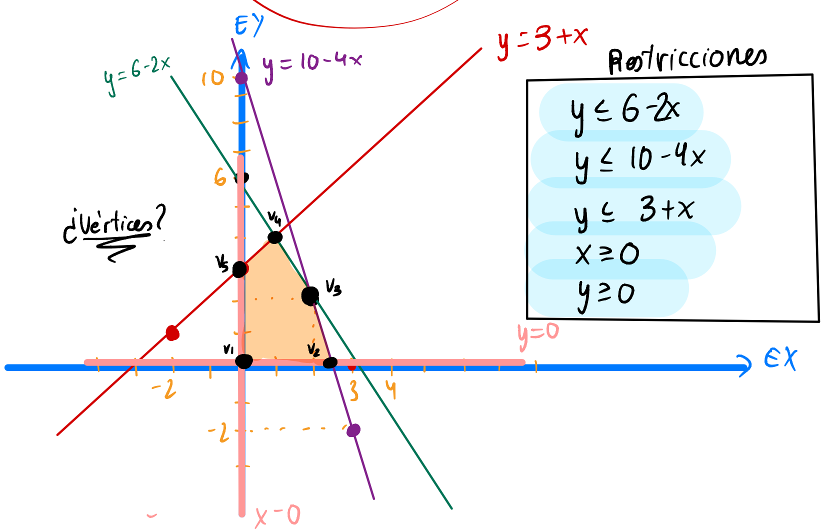
$x=0$

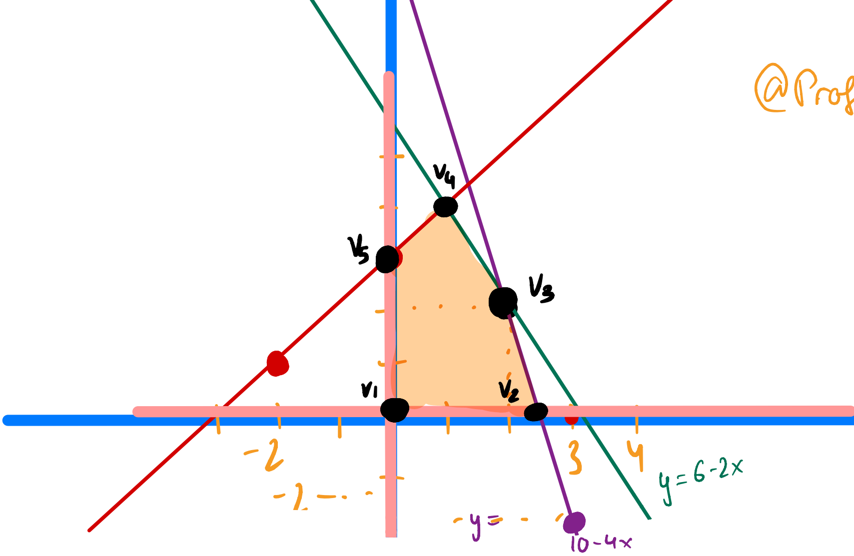
$y=0$

x	$y=6-2x$
0	6
2	2

x	$y=10-4x$
0	10
3	-2

x	$y=3+x$
0	3
-2	1





$V_1=(0,0)$

V_2 es la intersección de $y=10-4x$ con $y=0$

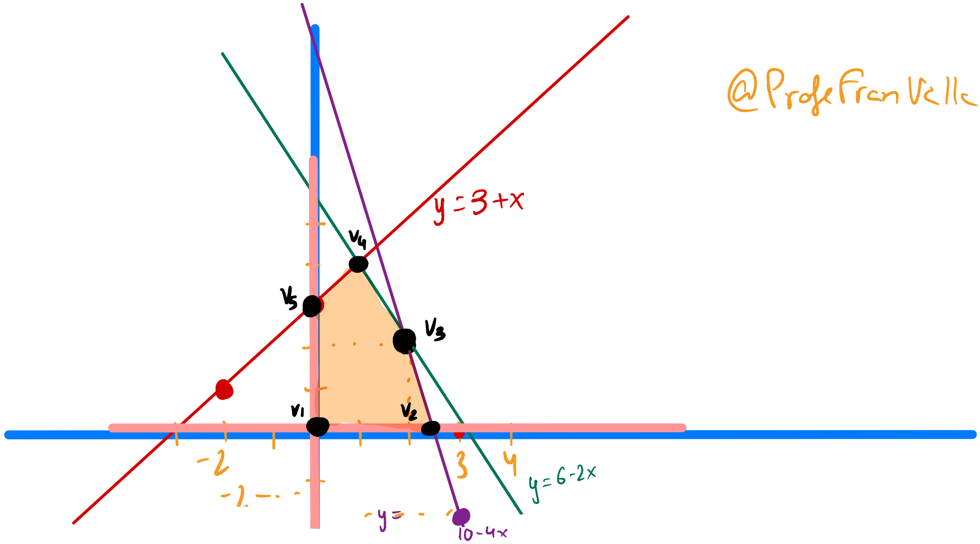
$$\begin{cases} y=10-4x \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow 0=10-4x \Rightarrow \frac{-10}{-4}=x \Rightarrow x=\frac{5}{2}$$

$V_2=\left(\frac{5}{2},0\right)$

V_3 es la intersección de $y=6-2x$ con $y=10-4x$

$$\begin{cases} y=6-2x \\ y=10-4x \end{cases} \Rightarrow 6-2x=10-4x \Rightarrow 2x=4 \Rightarrow x=2 \Rightarrow y=6-2\cdot 2 \Rightarrow y=2$$

$V_3=(2,2)$



V_4 es la intersección de $y=3+x$ con $y=6-2x$

$$\begin{cases} y=3+x \\ y=6-2x \end{cases} \Longrightarrow \quad 3+x=6-2x$$

$$3x=3 \Rightarrow x=1$$

$$y=4$$

$V_4=(1,4)$

V_5 es la intersección de $y=3+x$ con $x=0$

obteniendo:

$V_5=(0,3)$

Conclusión:

$V_1=(0,0)$ $\quad V_4=(1,4)$

$V_2=\left(\frac{5}{2},0\right)$ $\quad V_5=(0,3)$

$V_3=(2,2)$

EJERCICIO 2

@ProfeFranvelle.

a) **(1.5 puntos)** Represente gráficamente la región determinada por las siguientes restricciones y determine sus vértices:

$$2x + y \leq 6 \qquad 4x + y \leq 10 \qquad -x + y \leq 3 \qquad x \geq 0 \qquad y \geq 0$$

b) **(1 punto)** Calcule el máximo de la función $f(x, y) = 4x + 2y - 3$ en el recinto anterior e indique dónde se alcanza.

b) $f(x,y) = 4x + 2y - 3$.

¡Sustituimos los vértices en $f(x,y)$!

(y después elegimos el máximo)

$V_1 = (0,0) \Rightarrow f(0,0) = -3$

$V_2 = \left(\frac{5}{2}, 0\right) \Rightarrow f\left(\frac{5}{2}, 0\right) = 4 \cdot \frac{5}{2} + 0 - 3 = 7$

$V_3 = (2,2) \Rightarrow f(2,2) = 4 \cdot 2 + 2 \cdot 2 - 3 = 9$

$V_4 = (1,4) \Rightarrow f(1,4) = 4 \cdot 1 + 2 \cdot 4 - 3 = 9$

$V_5 = (0,3) \Rightarrow f(0,3) = 0 + 6 - 3 = 3$

Conclusión:

El valor máximo de $f(x,y)$ es 9

y se alcanza en $(2,2)$ y $(1,4)$

Por tanto, en el segmento que une V_3 y V_4

se alcanza el máx. de $f(x,y)$.

BLOQUE B

<u>EJERCICIO 3</u>

@ProfeFranVelle

Sea la función definida de la forma $f(x)=\begin{cases} \dfrac{2x}{x-1} & \text{si } x<2 \\ 2x^2-10x & \text{si } x\geq 2 \end{cases}$

a) **(0.5 puntos)** Halle el dominio de f.

b) **(1 punto)** Estudie la derivabilidad de f en $x=2$.

c) **(1 punto)** Calcule la integral indefinida de la función $f(x)=2x^2-10x$.

a) Dominio de f

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{2}{x-1} & \text{si } x<2 \\ 2x^2-10x & \text{si } x\geq 2 \end{cases}$$

- $f(x)=\dfrac{2}{x-1}$, su dominio es $\mathbb{R}-\{1\}$
- $f(x)=2x^2-10x$, su dominio es $\mathbb{R}$

* Ahora bien, $\dfrac{2}{x-1}$ si $x<2$ también tendría su dominio $\mathbb{R}-\{1\}$ (pues $x=1$ es menor que 2)

Conclusión: $\text{Dom}(f)=\mathbb{R}-\{1\}$

BLOQUE B

EJERCICIO 3

@ProfeFranValle

Sea la función definida de la forma $f(x)=\begin{cases} \dfrac{2x}{x-1} & \text{si } x<2 \\ 2x^2-10x & \text{si } x\geq 2 \end{cases}$

"izq. del 2"

"derecha del 2"

a) **(0.5 puntos)** Halle el dominio de f.

b) **(1 punto)** Estudie la derivabilidad de f en $x=2$.

c) **(1 punto)** Calcule la integral indefinida de la función $f(x)=2x^2-10x$.

b) Derivabilidad de f en $x=2$.

- Primero estudiamos la continuidad de f en $x=2$

(puesto que si no es continua tampoco puede ser derivable)

f es continua en $x=2$ si y solo si:

$$\lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2^-} f(x) = f(2)$$

$$\lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2^+} 2x^2-10x = 2\cdot(2^2)-10\cdot 2 = -12$$

$$\lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^-} \frac{2x}{x-1} = \frac{2\cdot 2}{2-1} = 4$$

$\neq$ OJO!

Por tanto $f(x)$ no es contima en $x=2$ lo que implica que tampoco será derivable en $x=2$.

Conclusión: f no es derivable en $x=2$.

BLOQUE B

EJERCICIO 3

@ProfeFranValle

Sea la función definida de la forma $f(x)=\begin{cases} \dfrac{2x}{x-1} & \text{si } x<2 \\ 2x^2-10x & \text{si } x\geq 2 \end{cases}$

a) **(0.5 puntos)** Halle el dominio de f.

b) **(1 punto)** Estudie la derivabilidad de f en $x=2$.

c) **(1 punto)** Calcule la integral indefinida de la función $f(x)=2x^2-10x$.

c) $\int 2x^2 - 10x \, dx = \frac{2}{3}x^3 - 5x^2 + C$

Recuerda:

$$\boxed{\int x^n \, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C}$$

$$\int 2x^2 \, dx = 2 \cdot \int x^2 \, dx = \frac{2 \cdot x^3}{3} + C$$

$$\int 10x \, dx = 10 \cdot \int x \, dx = \frac{10x^2}{2} + C = 5x^2 + C$$

@ProfeFranValle.

EJERCICIO 4

Sea $C(x)$ la función de costes de una empresa, expresada en miles de euros, donde x mide, en toneladas, la cantidad producida. De esta función se sabe que $C'(x) = 7x^2 - 8x + 1$

a) **(0.5 puntos)** Determine la cantidad a producir por la empresa para minimizar el coste.

b) **(1 punto)** Sabiendo que si no hay producción el coste asciende a 30 000 euros, obtenga $C(x)$. ¿Cuál es el mínimo coste de producción para la empresa?

c) **(1 punto)** Si la cantidad a producir está entre *0* y *1.2* toneladas, ¿cuál sería la producción que supondría un mayor coste a la empresa?

a) ¿Cantidad para minimizar costes?

Conocemos $C'(x) = 7x^2 - 8x + 1$ ¿Puntos críticos?

$$C'(x) = 0 \Rightarrow 7x^2 - 8x + 1 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{64-28}}{14} = \frac{8 \pm \sqrt{36}}{14} = \begin{cases} x = 1/7 \\ x = 1 \end{cases}$$

¿Cómo comprobar si son extremos?

Si $C''(a) > 0$ entonces $x = a$ tendría mínimo.

Si $C''(a) < 0$ entonces $x = a$ tendría máximo.

Como $C''(x) = 14x - 8 \Rightarrow C''(1/7) = -1 < 0$

Por tanto, en $x = 1/7$ habría un máximo.

$$C''(1) = 14 - 8 = 6 > 0$$

Por tanto, en $x = 1$ habría un mínimo

Conclusión:

El mínimo coste se produce en $x = 1$, salvo que sin producción el coste sea más bajo ($C(0)$).

Por tanto se debe producir 1 tonelada.

@ProfeFranVALLA

EJERCICIO 4

Sea $C(x)$ la función de costes de una empresa, expresada en miles de euros, donde x mide, en toneladas, la cantidad producida. De esta función se sabe que $C'(x) = 7x^2 - 8x + 1$

a) **(0.5 puntos)** Determine la cantidad a producir por la empresa para minimizar el coste.

b) **(1 punto)** Sabiendo que si no hay producción el coste asciende a $\underbrace{30\,000}_{30\text{ mil}}$ euros, obtenga $C(x)$. ¿Cuál es el mínimo coste de producción para la empresa?

c) **(1 punto)** Si la cantidad a producir está entre *0* y *1.2* toneladas, ¿cuál sería la producción que supondría un mayor coste a la empresa?

b) $C(0) = 30 \Rightarrow$ ¿$C(x)$?

Como $C'(x) = 7x^2 - 8x + 1$ entonces:

$$C(x) = \int C'(x)\,dx = \int 7x^2 - 8x + 1\,dx$$

Calculamos:

$$C(x) = \int 7x^2 - 8x + 1\,dx = \frac{7}{3}x^3 - 4x^2 + x + C$$

Constante

Como $C(0) = 30$ entonces:

$$C(0) = \cancel{\frac{7}{3}\cdot 0^3} - \cancel{4\cdot 0^2} + \cancel{0} + C = 30$$

$$\Rightarrow C = 30$$

Por tanto: $C(x) = \frac{7}{3}x^3 - 4x^2 + x + 30$

¿Menor coste? $C(0) = 30$

Como $x=1$ era nuestro mínimo, comparamos con $x=0$

$C(1) = 29'333\ldots$

Por tanto: El mínimo coste es de 29333€.

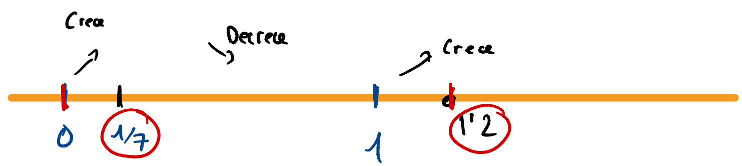
$0 < x < 1'2$

c) **(1 punto)** Si la cantidad a producir está entre *0* y *1.2* toneladas, ¿cuál sería la producción que supondría un mayor coste a la empresa?

c) Si $0 < x < 1'2$;

¿Cual es la producción con mayor coste $C(x)$?

Observación :



(máximo en $x = 1/7$) (Mínimo en $x = 1$)

$$C(x) = \frac{7}{3}x^3 - 4x^2 + x + 30$$

$$C(1/7) = 30'068$$

$$C(1'2) = 29'472$$

Conclusión:

El máximo coste se consigue con la producción de $\frac{1}{7}$ toneladas.

EJERCICIO 5

@ProfeFranValla

a) **(1.25 puntos)** Sean A y B dos sucesos de un mismo espacio muestral. Sabiendo que $P(A)=0.5$, $P(B)=0.4$ y $P(A\cup B)=0.8$, determine $P(A/B)$.

b) **(1.25 puntos)** Sean C y D dos sucesos de un mismo espacio muestral. Sabiendo que $P(C)=0.3$, $P(D)=0.8$ y que C y D son independientes, determine $P(C\cup D)$.

a) $\left.\begin{array}{l} P(A)=0'5 \\ P(B)=0'4 \\ P(A\cup B)=0'8 \end{array}\right\} \Rightarrow ¿P(A/B)?$

Recuerda: $P(A/B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}$

¿$P(A\cap B)$?

Como $P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)$

$P(A\cap B)=0'5+0'4-0'8=0'1$

Por tanto:

$P(A/B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}=\dfrac{0'1}{0'4}=\boxed{0'25}$

#AsíDeFácil.

b) $\left.\begin{array}{l} P(C)=0'3 \\ P(D)=0'8 \\ C \text{ y } D \text{ independientes} \end{array}\right\} ¿P(C\cup D)?$

Como C y D son independientes:

$P(C\cap D)=P(C)\cdot P(D)=0'3\cdot 0'8=0'24$

y como $P(C\cup D)=P(C)+P(D)-P(C\cap D)$

$=0'3+0'8-0'24=\boxed{0'86}$

#FIN.

EJERCICIO 6

Se sabe que el 30% de los individuos de una población tiene estudios superiores; también se sabe que, de ellos, el 95% tiene empleo. Además, de la parte de la población que no tiene estudios superiores, el 60% tiene empleo.

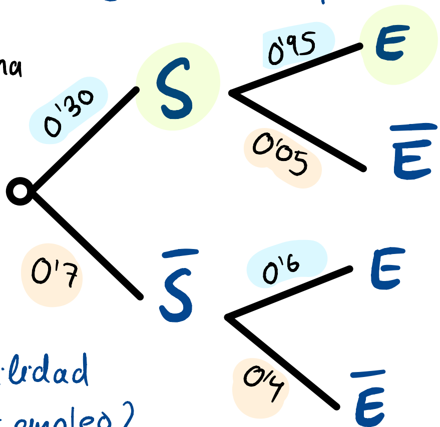
a) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que un individuo elegido al azar, tenga empleo.

b) **(1.5 puntos)** Se ha elegido un individuo aleatoriamente y tiene empleo; calcule la probabilidad de que tenga estudios superiores.

a) Datos: S = tener estudios superiores

E = tener empleo.

(Diagrama de árbol)



¿Probabilidad de tener empleo?

¿$P(E)$?

Usamos el teorema de la Probabilidad Total:

$$P(E) = P(S)\cdot P(E/S) + P(\bar{S})\cdot P(E/\bar{S}) =$$

$$= 0'3 \cdot 0'95 + 0'7 \cdot 0'6 = \boxed{0'705}$$

Conclusión: La probabilidad de tener empleo es de 0'705 (un 70'5 %)

EJERCICIO 6

@ProfeFranValla

Se sabe que el 30% de los individuos de una población tiene estudios superiores; también se sabe que, de ellos, el 95% tiene empleo. Además, de la parte de la población que no tiene estudios superiores, el 60% tiene empleo.

a) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que un individuo elegido al azar, tenga empleo.

b) **(1.5 puntos)** Se ha elegido un individuo aleatoriamente y tiene empleo; calcule la probabilidad de que tenga estudios superiores.

b) "Probabilidad de tener estudios sup. si tiene empleo".

¿$P(S/E)$?

OJO!

$$P(S/E) = \frac{P(S \cap E)}{P(E)} = \frac{0'3 \cdot 0'95}{0'705} = \boxed{0'404}$$

$P(E) = 0'705$

Conclusión:

La probabilidad de tener estudios superiores si tiene empleo es 0'404 (un 40'4 %)

EJERCICIO 7

El número de días de permanencia de los enfermos en un hospital sigue una ley Normal de media μ días y desviación típica 3 días.

a) **(1.25 puntos)** Determine un intervalo de confianza para estimar μ, a un nivel del 97%, con una muestra aleatoria de 100 enfermos cuya media es 8.1 días.

b) **(1.25 puntos)** ¿Qué tamaño mínimo debe tener una muestra aleatoria para poder estimar μ con un error inferior a 1 día y un nivel de confianza del 92%.

Datos:

X = nº de días de permanencia de un enfermo en un hospital.

$\sigma = 3$

$$X \sim N(\mu, 3)$$

a) Muestra de tamaño $n = 100$

cuya media fue $\bar{X} = 8'1$

¿Intervalo de confianza para estimar μ al 97%?

α tiene que ver con el % de confianza.

$1 - \alpha = 0'97 \Rightarrow \alpha = 0'03$

$\frac{\alpha}{2} = 0'015 \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0'985$

¿Nuestra misión? Buscar "0'985" en la tabla para hallar "$z_{\alpha/2}$"

$$z_{\alpha/2} = 2'17$$

DISTRIBUCIÓN DE LA MEDIA

Distribución: $\boxed{\bar{x} \longrightarrow N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{N}}\right)}$

Error: $\boxed{\mathcal{E} = z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{N}}}$

Intervalo de confianza: $\boxed{\left(\mu - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{N}}, \mu + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{N}}\right)}$

Error: $\mathcal{E} = z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

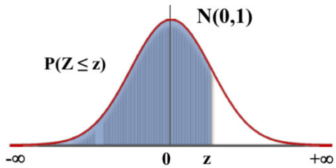
$$\mathcal{E} = 2'17 \cdot \frac{3}{\sqrt{100}} = 0'651$$

Intervalo de confianza:

$$(\bar{x} - \mathcal{E}, \bar{x} + \mathcal{E}) = (8'1 - 0'651, 8'1 + 0'651)$$

$$= \boxed{(7'449, 8'751)}$$

@ProfeFranValle



z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,99653	0,99664	0,99674	0,99683	0,99693	0,99702	0,99711	0,99720	0,99728	0,99736
2,8	0,99744	0,99752	0,99760	0,99767	0,99774	0,99781	0,99788	0,99795	0,99801	0,99807
2,9	0,99813	0,99819	0,99825	0,99831	0,99836	0,99841	0,99846	0,99851	0,99856	0,99861
3,0	0,99865	0,99869	0,99874	0,99878	0,99882	0,99886	0,99889	0,99893	0,99896	0,99900
3,1	0,99903	0,99906	0,99910	0,99913	0,99916	0,99918	0,99921	0,99924	0,99926	0,99929
3,2	0,99931	0,99934	0,99936	0,99938	0,99940	0,99942	0,99944	0,99946	0,99948	0,99950
3,3	0,99952	0,99953	0,99955	0,99957	0,99958	0,99960	0,99961	0,99962	0,99964	0,99965
3,4	0,99966	0,99968	0,99969	0,99970	0,99971	0,99972	0,99973	0,99974	0,99975	0,99976
3,5	0,99977	0,99978	0,99978	0,99979	0,99980	0,99981	0,99981	0,99982	0,99983	0,99983
3,6	0,99984	0,99985	0,99985	0,99986	0,99986	0,99987	0,99987	0,99988	0,99988	0,99989
3,7	0,99989	0,99990	0,99990	0,99990	0,99991	0,99991	0,99992	0,99992	0,99992	0,99992
3,8	0,99993	0,99993	0,99993	0,99994	0,99994	0,99994	0,99994	0,99995	0,99995	0,99995
3,9	0,99995	0,99995	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99997	0,99997
4,0	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99998	0,99998	0,99998	0,99998

Nota: En el interior de la tabla se da la probabilidad de que la variable aleatoria Z , con distribución N(0,1), esté por debajo del valor z .

EJERCICIO 7

@ProfeFranValle

El número de días de permanencia de los enfermos en un hospital sigue una ley Normal de media μ días y desviación típica 3 días.

a) **(1.25 puntos)** Determine un intervalo de confianza para estimar μ, a un nivel del 97%, con una muestra aleatoria de 100 enfermos cuya media es 8.1 días.

b) **(1.25 puntos)** ¿Qué tamaño mínimo debe tener una muestra aleatoria para poder estimar μ con un error inferior a 1 día y un nivel de confianza del 92%.

b) Datos: ¿Tamaño n?

Error máximo $\varepsilon = 1$

Nivel de confianza 92%

$$1-\alpha = 0'92 \Rightarrow \alpha = 0'08$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0'04 \Rightarrow 1-\frac{\alpha}{2} = 0'96$$

$$z_{\alpha/2} = 1'75$$

Como $\varepsilon = z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Máximo error $\varepsilon = 1$.

$$1 = 1'75 \cdot \frac{3}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sqrt{n} = 1'75 \cdot 3$$

$$\Rightarrow n = (1'75 \cdot 3)^2 = 27'56$$

Es decir, el tamaño mínimo de la muestra debe ser entero y superior al hallado (ya que, cuanto mayor "n" menor "error") por tanto n ha de ser mayor a 28 enfermos.

EJERCICIO 8

@ProfeFranValla.

Sea la población $\{1, 2, 3, 4\}$.

a) **(1 punto)** Construya todas las muestras posibles de tamaño 2, mediante muestreo aleatorio simple.

b) **(1.5 puntos)** Calcule la varianza de las medias muestrales.

a) Como se supone que las muestras son con reemplazamiento, el conjunto de todas las posibles de tamaño 2 es:

$\{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4)\}$.

b) Por el Teorema del límite central la media de las medias muestrales es μ y su varianza $\frac{\sigma^2}{n}$.

Calculamos la media y desviación típica poblacional:

$$\mu = \frac{1+2+3+4}{4} = 2'5$$

$$\sigma^2 = \frac{(1-2'5)^2 + (2-2'5)^2 + (3-2'5)^2 + (4-2'5)^2}{4} = 1'25$$

Luego:

$$\text{Varianza de medias muestrales} = \frac{\sigma^2}{n} = \frac{1'25}{2} = 0'625$$