IES SALMEDINA

Matemáticas I

PRUEBA DE EVALUACIÓN: RECUPERACIÓN

19 de Junio, 2024

Nombre y grupo: ______________________________

Relación de ejercicios con C.Eval. y calificaciones														
Criterios	1.1	1.2	2.1	2.2	3.1	3.2	4.1	5.1	5.2	6.1	6.2	7.1	7.2	8.1
Núm. Ej.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Calif. por Ej.	/7	/7	/7	/7	/7	/7	/7	/7	/7	/7	/7	/7	/7	/7
Calif. por Crit.														

Elige solo los criterios que tengas suspensos.

1. **[1.1] Contesta los siguientes apartados:**

   (a) Efectúa las operaciones y simplifica:

   $$\frac{1-3\sqrt{5}}{\sqrt[3]{5}} \cdot \frac{1+3\sqrt{5}}{\sqrt[3]{25}} + \frac{1}{\sqrt[3]{5}} =$$

   (b) Racionaliza:

   $$\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} =$$

   (c) Representa formalmente y en la recta real, el conjunto de números formados por el intervalo $(-\infty, 3) \cup [6, +\infty)$

2. **[1.2] Responde a cada apartado:**

   (a) Resuelve la ecuación en los números reales: $\sqrt{2x+8} - \sqrt{x} = 2$

   (b) Resuelve en los números complejos: $z^5 + 1 = 0$

   (c) Dado un vector $\vec{v}(1, m)$ y otro $\vec{w}(3, -1)$, halla el valor de m para que ambos sean ortogonales. Calcule además el valor del módulo: $|2(\vec{v} + \vec{w})|$.

3. **[2.1] En dos estaciones de radio, A y C, que distan entre sí 50 km, son recibidas señales que manda un barco, B. Si consideramos el triángulo de vértices A, B y C, el ángulo en A es de $65°$ y el ángulo en C es de $80°$. ¿A qué distancia se encuentra el barco de cada una de las dos estaciones de radio?.**

4. **[2.2] Responde a cada apartado:**

(a) Si sabemos que $\ln(A) = 0.1$, $\ln(B) = 1.2$ y que $\ln(C) = 6$, calcula el siguiente valor aplicando las propiedades de los logaritmos:

$$\ln\sqrt{\left(\frac{AB}{\sqrt{e \cdot C}}\right)} =$$

(b) Halla todas las ecuaciones de la recta r que pasa por $P(1,1)$ y que es paralela a la recta $s : x + y + 1 = 0$.

5. **[3.1] Resuelve las siguientes inecuaciones:**

(a) $\dfrac{x+1}{x^2+x} \geq 0$

(b)

$$\begin{cases} y - x > 1 \\ 2y + 2x > 1 \\ y \leq 2 \\ x \leq 2 \end{cases}$$

6. **[3.2] Dada las siguientes sucesiones, halla el término general y calcula en cada caso el término décimo:**

a) $\{a_n\} = \left\{1, \frac{1}{2}, 0, \dots\right\}$

b) $\{b_n\} = \left\{\sqrt{\pi}, \pi, \sqrt{\pi^2}, \dots\right\}$

c) $\{c_n\} = \{3, (-3), 3, \dots\}$

7. **[4.1] Calcula los siguientes límites de sucesiones:**

a)

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{n}{\sqrt{n^2 - 1}} =$$

b)

$$\lim_{n \to +\infty} \left(\frac{n^2 + 1}{n^2}\right)^n =$$

c)

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{n^2 + n + 1 - 4n^3}{n^2 - n^3 + 1} =$$

8. **[5.1.] Calcula los siguientes límites y derivadas:**

(a) $\lim_{x\to 0} \dfrac{1-\sqrt{1-x^2}}{x^2} =$

(b) $\lim_{x\to\infty} \left(1 - \dfrac{x+1}{1-x^2}\right)^{-x} =$

(c) $f(x) = x \cdot (\ln x - 1) \quad \longrightarrow \quad f'(x) =$

(d) $f(x) = \dfrac{e^{x^2+\operatorname{sen}(x)}}{2x-2} \quad \longrightarrow \quad f'(x) =$

9. **[5.2] Dadas las funciones $f(x) = e^{x+1}$, $g(x) = \ln(x+1)$ y $h(x) = \dfrac{1}{x^2-1}$, responda:**

   (a) Halle el dominio de cada función.

   (b) Sea la función:

$$F(x) = \begin{cases} f(x) + a & \text{si} \quad x \leq 0 \\ g(x) + b & \text{si} \quad 0 < x \leq 2 \end{cases}$$

   con a, $b \in \Re$. Halle a y b para que la función sea derivable (y por ende continua).

10. **[6.1.] Sea $z_1 = 1 + i$ un afijo del vértice de un cuadrado regular. ¿Cual serían los otros 3 afijos restantes? ¿qué área forma dicho cuadrado?**

11. **[6.2.] Resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas:**

   (a) $\operatorname{sen}(2x) - \operatorname{tg} x = 0$

   (b)

$$\begin{cases} \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} y = \sqrt{2} \\ x + y = \dfrac{\pi}{2} \end{cases}$$

12. **[7.1.] Sean las rectas:**

$$r : x + y + 1 = 0 \qquad s : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - t \end{cases}$$

   (a) ¿Cual es la posición relativa de ambas rectas?

   (b) Calcule la distancia de ambas rectas.

13. **[7.2.] En el mar hay una mancha producido por una erupción submarina. La superficie afectada, en km^2, viene dada por la función**

$$f(t) = \frac{11t + 20}{t + 2}$$

siendo t el tiempo transcurrido desde que empezamos a observarla.

(a) ¿Cuál es la superficie afectada inicialmente?

(b) Estudia si la mancha crece o decrece con el tiempo.

(c) ¿Tiene algún límite la extensión de la mancha?

14. **[8.1.] Estudie globalmente y represente la siguiente función:**

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$$