CUADERNILLO DE MATEMÁTICAS PARA SELECTIVIDAD

CURSO 2024/25
2ºBACH

Profesor: **Francisco José Valladares**
IES SALMEDINA

Ejercicios preparatorios no resueltos para afrontar con seguridad la prueba de Selectividad.

INDICE

UNIDAD 1. MATRICES Y DETERMINANTES

2016

Ejercicio 1.

Considera las matrices $A=\begin{pmatrix}-1 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 0\\ -2 & 1 & 1\end{pmatrix}$ **y** $B=\begin{pmatrix}-3 & 3 & 2\\ -8 & 7 & 4\\ 8 & -6 & -3\end{pmatrix}$

a) Halla la matriz X **que verifica** $A\cdot X+B=2A$.

b) Calcula B^2 **y** B^{2016}.

MATEMÁTICAS II. 2016. JUNIO. EJERCICIO 3.OPCIÓN A.

Ejercicio 2.

Considera las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}$ **y** $B=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & 1\end{pmatrix}$

Determina, si existe, la matriz X **que verifica** $A\cdot X+B^2=B\cdot X+A^2$.

MATEMÁTICAS II. 2016. RESERVA 1. EJERCICIO 3.OPCIÓN A.

Ejercicio 3.

Considera la matriz $A=\begin{pmatrix}k & 1+k\\ 1-k & 0\end{pmatrix}$. **Determina, si existen, los valores de** k **en cada uno de los casos siguientes: a)** $Rango(A)=1$. **b)** $A^2=A$. **c)** A **tiene inversa. d)** $\det(A)=-2$.

MATEMÁTICAS II. 2016. RESERVA 4. EJERCICIO 3. OPCIÓN A.

Ejercicio 4.

Considera la matriz: $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & \lambda+1\\ \lambda & 1 & -1\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$

a) Determina, si existen, los valores de λ **para los que** $A^{-1}=2I-A$ **(siendo** I **la matriz identidad de orden 3).**

b) Determina, si existen, los valores de λ **para los que la matriz** $A+A^t$ **no tiene inversa (**A^t **es la matriz traspuesta de** A**).**

MATEMÁTICAS II. 2016. RESERVA 4. EJERCICIO 3. OPCIÓN B.

2017

Ejercicio 5.

Considera las matrices $A=\begin{pmatrix}-2 & 0 & 0\\ 1 & 1 & 0\\ 4 & 2 & -2\end{pmatrix}$ **y** $B=\begin{pmatrix}2 & 1 & 2\\ 0 & -1 & 5\\ 0 & 0 & 2\end{pmatrix}$

a) Calcula la matriz inversa de $(A+B)$

b) Calcula el determinante de $2A^{-1}(A+B)^t$, **siendo** $(A+B)^t$ **la matriz traspuesta de** $(A+B)$.

MATEMÁTICAS II. 2017. RESERVA 1. EJERCICIO 3. OPCIÓN A.

Ejercicio 6.

Considera las matrices: $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3 & 1 & 1\\ 2 & -1 & 1\end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\ -1 & 2 & 1\\ 1 & -1 & 1\end{pmatrix}$

Determina, si existe, la matriz X que verifica que $ABX-2C=CX$.
MATEMÁTICAS II. 2017. RESERVA 1. EJERCICIO 3. OPCIÓN B.

Ejercicio 7.

Considera la matriz $A=\begin{pmatrix}2 & -1\\ -1 & 0\end{pmatrix}$

a) Comprueba que $A\cdot A^t-2A=I$ (A^t denota la traspuesta de A e I la matriz identidad).
b) Calcula A^{-1}.
c) Determina, si existe, la matriz X que verifica $XA+I=3A$.
MATEMÁTICAS II. 2017. RESERVA 3. EJERCICIO 3. OPCIÓN A.

Ejercicio 8.

Sea A una matriz $3\text{x}3$ tal que $\det(2A)=8$.
a) ¿Cuánto vale $\det(A)$?
b) Siendo B la matriz que se obtiene de A multiplicando por 3 la primera fila y por -1 la tercera, ¿cuánto vale $\det(B)$?
c) Determina los valores de x para los que la siguiente matriz A verifica que $\det(2A)=8$,

$$A=\begin{pmatrix}x & 1 & 1\\ x+1 & 2 & 2\\ x & -x+2 & 1\end{pmatrix}$$

MATEMÁTICAS II. 2017. RESERVA 3. EJERCICIO 3. OPCIÓN B.

2018

Ejercicio 9.

Considera las matrices

$$A=\begin{pmatrix}-1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1\\ 0 & -1 & 0\end{pmatrix} \;;\; B=\begin{pmatrix}-2 & 2 & -1\\ 1 & 0 & 1\\ -1 & 2 & -2\end{pmatrix} \;;\; C=\begin{pmatrix}1\\ -2\\ 3\end{pmatrix} \text{ y } D=\begin{pmatrix}4 & -5 & 6\end{pmatrix}$$

Determina, si existe, la matriz X que verifica que: $A^2X-BA+X=CD$
MATEMÁTICAS II. 2018. RESERVA 1. EJERCICIO 3. OPCIÓN B.

Ejercicio 10.

Considera las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0\\ 1\\ -1\end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix}1 & 1 & 2\end{pmatrix}$

a) Calcula A^{2018}.
b) Determina, si existe, la matriz X que verifica $A(X+2I)=BC$ donde I es la matriz identidad.
MATEMÁTICAS II. 2018. RESERVA 2. EJERCICIO 3. OPCIÓN A.

Ejercicio 11.

Considera la matriz $M=\begin{pmatrix}1&2&3\\6&0&3\\x&y&z\end{pmatrix}$. Sabiendo que el determinante de M es 2, calcula los siguientes determinantes e indica las propiedades que utilices:

a) El determinante de la matriz $5M^4$; b) $\begin{vmatrix}2&0&1\\1&2&3\\x&y&z\end{vmatrix}$; c) $\begin{vmatrix}1&x+6&x\\2&y&y\\3&z+3&z\end{vmatrix}$

MATEMÁTICAS II. 2018. RESERVA 4. EJERCICIO 3. OPCIÓN A.

Ejercicio 12.

Considera las matrices $A=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&-1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}a&b&c\\0&1&0\\-1&0&0\end{pmatrix}$

a) Determina, si existen, los valores de a, b y c para que las matrices A y B conmutan.

b) Calcula A^2, A^3, A^{2017} y A^{2018}.

c) Calcula, si existe, la matriz inversa de A

MATEMÁTICAS II. 2018. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 3. OPCIÓN A.

2019

Ejercicio 13.

Calcula todas las matrices $X=\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$ tales que $a+d=1$, tienen determinante 1 y cumplen $A\cdot X=X\cdot A$, siendo $A=\begin{pmatrix}0&-1\\1&0\end{pmatrix}$.

MATEMÁTICAS II. 2019. JUNIO. EJERCICIO 3. OPCIÓN A

Ejercicio 14.

Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix}1&m&1\\m-1&m&0\\1&1&1\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}1&-1\\2&0\\0&1\end{pmatrix}$

a) Calcula los valores de m para los cuales A tiene inversa.

b) Para $m=2$, encuentra la matriz X que cumple $AX-BB^t=I$, siendo B^t la matriz traspuesta de B e I la matriz identidad de orden 3

MATEMÁTICAS II. 2019. RESERVA 1. EJERCICIO 3. OPCIÓN A.

Ejercicio 15.

Considera la matriz $A=\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$ **de la que se sabe que tiene determinante 5.**

a) Calcula, indicando las propiedades que utilices, los determinantes de las matrices siguientes: $3A$ **y** $\begin{pmatrix} 2a & d+3a & g \\ 2b & e+3b & h \\ 2c & f+3c & i \end{pmatrix}$.

b) Si B **es otra matriz cuadrada de orden 3 y tiene determinante 4, calcula, indicando también las propiedades que utilices, el determinante de la matriz** BA^{-1}.

MATEMÁTICAS II. 2019. RESERVA 2. EJERCICIO 3. OPCIÓN A

Ejercicio 16.

Dada la matriz $A=\begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 \\ 4 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, **halla la matriz** X **que cumple** $AX=\left(A^{-1}A^{t}+I\right)^{2}$, **siendo** A^{t} **la matriz traspuesta de** A **e** I **la matriz identidad de orden 3.**

MATEMÁTICAS II. 2019. RESERVA 3. EJERCICIO 3. OPCIÓN A

2020

Ejercicio 17.

Considera la matriz $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & m+2 \\ 0 & 1 & m+1 \\ m & 0 & 5 \end{pmatrix}$

a) (1'5 puntos) Estudia el rango de A **según los valores de** m.

b) (1 punto) Para $m=2$, **calcula la inversa de** $2020A$.

MATEMÁTICAS II. 2020. JUNIO. EJERCICIO 3

Ejercicio 18.

(2'5 puntos) Considera $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & b \\ c & 1 & 4 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$. **Determina** a, b **y** c **sabiendo que** $A\cdot B=C$ **y la matriz** A **tiene rango 2.**

MATEMÁTICAS II. 2020. RESERVA 1. EJERCICIO 3.

Ejercicio 19.

Considera la matriz $A=\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

a) (1'5 Puntos). Calcula A^{37} **y** A^{41}.

b) (1 Punto). Halla el determinante de la matriz $3A^{52}(A^{t})^{4}$, **donde** A^{t} **es la traspuesta de la matriz** A

MATEMÁTICAS II. 2020. RESERVA 2. EJERCICIO 7

Ejercicio 20.

Considera las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 2\end{pmatrix}$ **y** $B=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix}$

a) (1 Punto). Sabiendo que una matriz X **verifica** $X^3AX=B^2$**, halla los posibles valores de su determinante.**

b) (1'5 Puntos). Determina, si existe, una matriz Y **que verifique** $A^2YB^{-1}=A$

MATEMÁTICAS II. 2020. RESERVA 3. EJERCICIO 7

2021

Ejercicio 21.

Considera $A=\begin{pmatrix}1 & -1 & m\\ m & 2 & -3\\ m-1 & 0 & 4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}5\\ -1\\ 2\end{pmatrix}$ **y** $C=\begin{pmatrix}3\\ 1\\ 0\end{pmatrix}$

a) (1 Punto). Determina los valores de m **para los que la ecuación** $AX+B=C$ **tiene solución única.**

b) (1'5 Puntos). Para $m=0$**, halla** X **tal que** $AX+B=C$.

MATEMÁTICAS II. 2020. RESERVA 4. EJERCICIO 7

Ejercicio 22.

Considera la matriz: $A=\begin{pmatrix}m & m & m\\ m & m+1 & m\\ m & m & m+2\end{pmatrix}$

a) ¿Para qué valores de m **existe la inversa de la matriz** A**?. Razona la respuesta.**

b) Para $m=1$**, halla** $\left(\frac{1}{2}A\right)^{-1}$.

MATEMÁTICAS II. 2021. RESERVA 2. EJERCICIO 5

Ejercicio 23.

Considera la matriz $A=\begin{pmatrix}0 & 3 & 4\\ 1 & -4 & -5\\ -1 & 3 & 4\end{pmatrix}$

a) Comprueba que $A^2=-A^{-1}$

b) Dadas las matrices: $B=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 3 & 0\\ -4 & 5\end{pmatrix}$ *y* $C=\begin{pmatrix}2 & 0\\ -3 & 2\\ 1 & -1\end{pmatrix}$

calcula la matriz X **que verifica** $A^4X+B=AC$

MATEMÁTICAS II. 2021. JULIO. EJERCICIO 5

Ejercicio 24.

Considera las matrices: $A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 0\\ 1 & m & 1\end{pmatrix}$ *y* $B=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 2\\ m & -1\end{pmatrix}$

a) Calcula m **para que** $A\cdot B$ **no tenga inversa.**

b) Estudia el rango de la matriz $B\cdot A$ **según los valores de** m**.**

MATEMÁTICAS II. 2021. RESERVA 4. EJERCICIO 6.

Ejercicio 25.

Considera la matriz $A=\begin{pmatrix} a & 2 & 1 \\ b & -1 & 1 \\ c & 1 & 1 \end{pmatrix}$**, con determinante igual a 5.**

a) Calcula razonadamente el determinante de $2A^3$

b) Calcula razonadamente los determinantes $\begin{vmatrix} 2a & -1 & 3 \\ 2b & \frac{1}{2} & 3 \\ 2c & -\frac{1}{2} & 3 \end{vmatrix}$ **y** $\begin{vmatrix} a & b & c \\ a+4 & b-2 & c+2 \\ a+1 & b+1 & c+1 \end{vmatrix}$

MATEMÁTICAS II. 2021. RESERVA 1. EJERCICIO 5.

2022

Ejercicio 26.

Considera la matriz $A=\begin{pmatrix} m & \sqrt{m} & \sqrt{m} \\ \sqrt{m} & m & 1 \\ \sqrt{m} & 1 & m \end{pmatrix}$ **donde** $m \geq 0$

a) ¿Para qué valores de m **tiene inversa la matriz** A**?.**

b) Para $m=4$ **resuelve, si es posible, la ecuación matricial** $A \cdot X = 12I$**, donde** I **la matriz identidad de orden 3**

MATEMÁTICAS II. 2022. JUNIO. EJERCICIO 6

Ejercicio 27.

Considera las matrices $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & 1 & a \\ 2 & a & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ **y** $C=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$

a) Calcula los valores de a **para los que la matriz** B **no tiene inversa.**

b) Para $a=1$**, calcula** X **tal que** $AXB=C$**, si es posible**

MATEMÁTICAS II. 2022. JULIO. EJERCICIO 5

Ejercicio 28.

Se sabe que $\begin{vmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{vmatrix} = -2$

a) Calcula: $\begin{vmatrix} a & c & b \\ 2x & 2z & 2y \\ -3p & -3r & -3q \end{vmatrix}$ **. b) Calcula:** $\begin{vmatrix} x & a-3p & -2a \\ y & b-3q & -2b \\ z & c-3r & -2c \end{vmatrix}$

MATEMÁTICAS II. 2022. JULIO. EJERCICIO 6

2023

Ejercicio 29.

Considera las matrices $A=\begin{pmatrix}0 & 0 & m\\ m & 0 & 0\\ 0 & m & 0\end{pmatrix}$ **y** $B=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0\end{pmatrix}$

a) Determina para qué valores de m existe la inversa de la matriz A.
b) Para todo $m \neq -1$, resuelve, si es posible, la ecuación $A\cdot X+X=B$
MATEMÁTICAS II. 2023. JUNIO. EJERCICIO 6

Ejercicio 30.

Sea la matriz $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\end{pmatrix}$ **e I la matriz identidad de orden 3.**

a) Halla los valores de m para que la matriz $A-m\,I$ no tenga inversa.

b) Halla x, distinto de cero, para que $A-x\,I$ sea la inversa de la matriz $\frac{1}{x}(A-I)$

MATEMÁTICAS II. 2023. JULIO. EJERCICIO 5

2024

Ejercicio 31.

Considera la matriz $A=\begin{pmatrix}1 & 1/8 & 1/8\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$.

a) **[1 punto]** Calcula A^{2024}.

b) **[1,5 puntos]** Halla la matriz X, si es posible, que verifica $A^2XA+I=O$, donde I y O son la matriz identidad y la matriz nula de orden 3, respectivamente.

Ejercicio 32.

Considera la matriz $A=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

a) **[1,25 puntos]** Halla todas las matrices X que cumplen $XA=-AX^t$ **y** $X^2=I$, donde I es la matriz identidad de orden 2.

b) **[1,25 puntos]** Halla todas las matrices Y que cumplen $YA=AY$, la suma de los elementos de su diagonal principal es cero y tienen determinante -1.

Ejercicio 33.

Considera las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ m & 1 & 0\\ 1 & -1 & 2\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}-4 & 8 & 0\\ 0 & 4 & 4\\ 4 & 12 & 20\end{pmatrix}$.

a) **[0,75 puntos]** Determina los valores de m para los que la matriz A^2 tiene inversa.

b) **[1,75 puntos]** Para $m=0$ calcula, si es posible, la matriz X que verifica $A^2X=\frac{1}{2}(A+B)$.

UNIDAD 2. SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES.

2016

Ejercicio 34.

Se considera el sistema de ecuaciones lineales $\left.\begin{aligned}(3\alpha-1)x+2y&=5-\alpha\\ \alpha x+\ \ y&=\ \ 2\\ 3\alpha x+3y&=\alpha+5\end{aligned}\right\}$

a) Discútelo según los valores del parámetro α.

b) Resuélvelo para $\alpha=1$ y determina en dicho caso, si existe, alguna solución donde $x=4$.

MATEMÁTICAS II. 2016. JUNIO. EJERCICIO 3. OPCIÓN B

Ejercicio 35.

Se considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales: $\begin{cases}x+\lambda y+z=\lambda\\ \lambda x+y+z=1\\ x+y+\lambda z=1\end{cases}$

a) Determina, si existen, los valores de λ para los que el sistema tiene infinitas soluciones

b) Resuelve el sistema para $\lambda=-2$.

MATEMÁTICAS II. 2016. RESERVA 1. EJERCICIO 3. OPCIÓN B.

Ejercicio 36.

De los datos recabados en un informe sobre los beneficios obtenidos por las empresas *A*, *B* y *C* el pasado año, se desprende lo siguiente:

- **la empresa *B* obtiene el mismo beneficio que las empresas *A* y *C* juntas.**
- **el beneficio de la empresa *A* es la media aritmética del de las otras dos.**

a) Determina si se puede hallar el beneficio de cada empresa sabiendo que *A* ha obtenido el doble que *C*.

b) Calcula el beneficio de cada empresa sabiendo que entre las tres han obtenido 210 millones de euros.

MATEMÁTICAS II. 2016. RESERVA 3. EJERCICIO 3. OPCIÓN B.

Ejercicio 37.

Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales: $\left.\begin{aligned}2x-4y+2z&=1\\ 5x-11y+9z&=\lambda\\ x-3y+5z&=2\end{aligned}\right\}$

a) Discute el sistema según los valores de λ

b) Resuélvelo, si es posible, para $\lambda=4$.

MATEMÁTICAS II. 2016. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 3. OPCIÓN A.

2017

Ejercicio 38.

Considera las matrices $A=\begin{pmatrix}-2 & -2 & 0\\ -2 & 1 & 0\\ 0 & 0 & -2\end{pmatrix}$ **y** $X=\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix}$

a) Determina los valores de λ para los que la matriz $A+\lambda I$ no tiene inversa (I es la matriz identidad).

b) Resuelve $AX=-3X$. Determina, si existe, alguna solución con $x=1$.

MATEMÁTICAS II. 2017. JUNIO. EJERCICIO 3. OPCIÓN A.

Ejercicio 39.

Sabemos que el coste de 3 lápices, 1 rotulador y 2 carpetas es de 15 euros, mientras que el de 2 lápices, 4 rotuladores y 1 carpeta es de 20 euros.

a) Sabiendo que 1 lápiz y 7 rotuladores cuestan 25 euros ¿podemos deducir el precio de cada uno de los artículos?. Razona la respuesta.

b) Si por el precio de una carpeta se pueden comprar 10 lápices ¿cuánto cuesta cada uno de los artículos?.

MATEMÁTICAS II. 2017. JUNIO. EJERCICIO 3. OPCIÓN B.

Ejercicio 40.

Considera las matrices: $A=\begin{pmatrix}-1 & 1 & 2\\ -2 & 2 & 4\\ 1 & -1 & -2\end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix}1\\ 2\\ -1\end{pmatrix}$; $M=\begin{pmatrix}-1 & 1 & 2\end{pmatrix}$ **y** $X=\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix}$

a) Calcula BM.

b) Razona si el sistema dado por $A\cdot X=B$ tiene solución o no y, en caso afirmativo, cuántas soluciones tiene.

c) Resuelve $A\cdot X=B$.

MATEMÁTICAS II. 2017. RESERVA 2. EJERCICIO 3. OPCIÓN A.

Ejercicio 41.

Considera el sistema de ecuaciones lineales dado por $AX=B$ siendo

$$A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 1\\ 1 & m & m\\ m & 1 & 3\end{pmatrix} \quad , \quad X=\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix} \quad y \quad B=\begin{pmatrix}1\\ 1\\ m\end{pmatrix}$$

a) Discute el sistema según los valores de m.

b) Para $m=2$, si es posible, resuelve el sistema dado.

MATEMÁTICAS II. 2017. RESERVA 4. EJERCICIO 3. OPCIÓN A.

2018

Ejercicio 42

Considera el siguiente sistema de ecuaciones $\left.\begin{array}{r} x+2y+(m+3)z=3\\ x+y+z=3m\\ 2x+4y+3(m+1)z=8\end{array}\right\}$

a) Discútelo según los valores del parámetro m.

b) Resuelve el sistema para $m=-2$.

MATEMÁTICAS II. 2018. JUNIO. EJERCICIO 3. OPCIÓN A

Ejercicio 43.

a) Justifica que es posible hacer un pago de 34'50 euros cumpliendo las siguientes restricciones:
- **utilizando únicamente monedas de 50 céntimos de euro, de 1 euro y de 2 euros**
- **se tienen que utilizar exactamente un total de 30 monedas**
- **tiene que haber igual número de monedas de 1 euro como de 50 céntimos y 2 euros juntas.**

¿De cuántas maneras y con cuántas monedas de cada tipo se puede hacer el pago?

b) Si se redondea la cantidad a pagar a 35 euros, justifica si es posible o no seguir haciendo el pago bajo las mismas condiciones que en el apartado anterior.

MATEMÁTICAS II. 2018. JUNIO. EJERCICIO 3. OPCIÓN B.

Ejercicio 44.

Considera las matrices

$$A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & \lambda \\ 2 & -\lambda & 1 \\ 2\lambda & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad X=\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

a) Discute el rango de A según los valores del parámetro λ.

b) Para $\lambda=-2$, estudia y resuelve el sistema dado por $AX=B$.

MATEMÁTICAS II. 2018. RESERVA 1. EJERCICIO 3. OPCIÓN A.

Ejercicio 45.

Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales $\left\{\begin{aligned} x+y+mz&=m^2 \\ y-z&=m \\ x+my+z&=m \end{aligned}\right.$.

a) Discute el sistema según los valores del parámetro m.

b) Resuélvelo para $m=1$. Para dicho valor de m, calcula, si es posible, una solución en la que $z=2$.

MATEMÁTICAS II. 2018. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 3. OPCIÓN B.

2019

Ejercicio 46.

Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix} 2-m & 1 & 2m-1 \\ 1 & m & 1 \\ m & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 2m^2-1 \\ m \\ 1 \end{pmatrix}$

Considera el sistema de ecuaciones lineales dado por $X^tA=B^t$, donde X^t, B^t denotan las traspuestas. Discútelo según los valores de m.

MATEMÁTICAS II. 2019. JUNIO. EJERCICIO 3. OPCIÓN B.

Ejercicio 47.

Dado el sistema de ecuaciones lineales: $\left\{\begin{aligned} mx-y+13z&=0 \\ 2x-my+4z&=0 \\ x+y+7z&=0 \end{aligned}\right.$

a) Encuentra los valores de m para los que el sistema tiene infinitas soluciones.

b) Resuelve el sistema para $m=3$. En este caso, ¿hay alguna solución en la que $x=10$? Razona tu respuesta.

MATEMÁTICAS II. 2019. RESERVA 1. EJERCICIO 3. OPCIÓN B.

Ejercicio 48.

Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$ **y** $X=\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

a) Encuentra los valores de a **para los que el sistema dado por** $AX=2X$ **tiene infinitas soluciones.**

b) Para $a=0$**, si es posible, resuelve** $AX=2X$ **.**

MATEMÁTICAS II. 2019. RESERVA 2. EJERCICIO 3. OPCIÓN B

Ejercicio 49.

Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales $\left\{\begin{array}{r} x+y+2z=0 \\ (m+2)x+y-z=m \\ 3x+(m+2)y+z=m \end{array}\right.$.

a) Discute el sistema según los valores de m**.**

b) Resuelve el sistema, si es posible, para $m=0$**.**

MATEMÁTICAS II. 2019. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 3. OPCIÓN A.

2020

Ejercicio 50.

Considera $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & 4 \end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix} a \\ 2a \\ 3a \end{pmatrix}$ **y** $X=\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

a) (1'25 puntos) Discute el sistema dado por $AX=B$**, según los valores de** a**.**

b) (1'25 puntos) Para $a=0$**, resuelve el sistema dado por** $AX=B$**. Calcula, si es posible, , una solución en la que** $y+z=4$**.**

MATEMÁTICAS II. 2020. JUNIO. EJERCICIO 7.

Ejercicio 51.

(2'5 puntos) Siendo λ **un número real, considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas** $\left.\begin{array}{r} x+\lambda y=2 \\ 2x+4y=1 \\ \lambda x+y=2\lambda \end{array}\right\}$

Discútelo según los valores de λ **y resuélvelo cuando sea posible.**

MATEMÁTICAS II. 2020. RESERVA 1. EJERCICIO 7

Ejercicio 52.

Considera el sistema de ecuaciones $\left.\begin{array}{r} ax+y+z=1 \\ x+ay+z=a \\ x+y+az=a^2 \end{array}\right\}$

a) (1'75 Puntos). Discútelo según los valores de a**.**

b) (0'75 Puntos). Resuelve, si es posible, el sistema para $a=1$ **y** $a=-2$**.**

MATEMÁTICAS II. 2020. RESERVA 2. EJERCICIO 3

Ejercicio 53.

Considera el sistema de ecuaciones dado por $AX = B$ siendo:

$$A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 1\\ m & 4 & -2\\ 0 & m+2 & -3\end{pmatrix} \qquad X=\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix} \qquad y \qquad B=\begin{pmatrix}2\\ 2m\\ 1\end{pmatrix}$$

a) (1'5 puntos) Discute el sistema según los valores de m.

b) (1 punto) Para $m=-2$, ¿existe alguna solución con $z=0$?. En caso afirmativo, calcúlala. En caso negativo, justifica la respuesta.

MATEMÁTICAS II. 2020. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 3.

2021

Ejercicio 54.

Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales $\left\{\begin{array}{r} mx+2y-z= \ 1\\ 5x-4y+2z= \ 0\\ x+3my=m+\dfrac{2}{5}\end{array}\right.$

a) Discute el sistema según los valores de m.

b) Resuelve el sistema para $m=0$. ¿Hay alguna solución en la que $x=0$?. En caso afirmativo, calcúlala. En caso negativo, justifica la respuesta.

MATEMÁTICAS II. 2021. JUNIO. EJERCICIO 5

Ejercicio 55.

En una empresa se fabrican tres tipos de productos plásticos: botellas, garrafas y bidones. Se utiliza como materia prima 10 kg de polietileno cada hora. Se sabe que para fabricar cada botella se necesitan 50 gramos, para cada garrafa 100 gramos y 1 kg para cada bidón.

El gerente también nos dice que se debe producir el doble de botellas que de garrafas. Por último, se sabe que por motivos de capacidad de trabajo, en las máquinas se producen en total 52 productos cada hora.

¿Cuántas botellas, garrafas y bidones se producen cada hora?.

MATEMÁTICAS II. 2021. JUNIO. EJERCICIO 6

Ejercicio 56.

Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales $\left\{\begin{array}{l} x+\ my+\ mz=1\\ x+2my+(m+1)z=1\\ 2x+\ my+\ mz=2\end{array}\right.$.

a) Discute el sistema según los valores de m.

b) Resuelve el sistema, si es posible, para $m=1$.

MATEMÁTICAS II. 2021. RESERVA 1. EJERCICIO 6

Ejercicio 57.

Una empresa de mensajería opera en tres rutas distintas A, B y C. Semanalmente hace un total de 70 viajes, y el número de viajes por la ruta B es igual a la suma de los viajes por las rutas A y C.
a) Si sabemos que el doble de la suma de los viajes por las rutas A y C es 70, ¿podemos deducir el número de viajes por cada ruta?. Razona la respuesta.
b) Si el doble de viajes por la ruta C es igual al número de viajes por la ruta B menos 5, ¿cuántos viajes hace por cada ruta?.
MATEMÁTICAS II. 2021. JULIO. EJERCICIO 6

2022

Ejercicio 58.

Considera el sistema: $\begin{cases} x - \ \ y + mz = -3 \\ -mx + 3y - \ \ z = \ \ 1 \\ x - 4y + mz \ = -6 \end{cases}$

a) Discute el sistema según los valores de m.
b) Para $m = 2$ resuelve el sistema, si es posible.
MATEMÁTICAS II. 2022. JUNIO. EJERCICIO 5

2023

Ejercicio 59.

Una marca de vehículos ha vendido este mes coches de tres colores: blancos, negros y rojos. El 60% de los coches blancos más el 50% de los coches negros representan el 30% de los coches vendidos. El 20% de los coches blancos junto con el 60% de los coches negros y el 60% de los coches rojos representan la mitad de los coches vendidos. Se han vendido 100 coches negros más que blancos. Determina el número de coches vendidos de cada color.
MATEMÁTICAS II. 2023. JUNIO. EJERCICIO 5

Ejercicio 60.

El dueño de un bar ha comprado refrescos, cerveza y vino por un importe de 500 euros sin incluir impuestos. El gasto en vino es de 60 euros menos que los gastos en refrescos y cerveza conjuntamente, sin incluir impuestos. Teniendo en cuenta que los impuestos de los refrescos, la cerveza y el vino son el 6%, el 12% y el 30%, respectivamente, entonces el importe total de la factura incluyendo impuestos ha ascendido a 592'4 euros. Calcula el importe, incluyendo impuestos, invertido en cada una de las bebidas.
MATEMÁTICAS II. 2023. JULIO. EJERCICIO 6

2024

Ejercicio 61.

Considera el sistema

$$\begin{cases} & & y & + & z & = & 1 \\ (k-1)x & + & y & + & z & = & k \\ x & + & (k-1)y & + & z & = & 0 \end{cases}$$

a) **[1,75 puntos]** Discute el sistema según los valores de k.

b) **[0,75 puntos]** Para $k = 1$ resuelve el sistema, si es posible. ¿Hay alguna solución en la que $y = 0$? En caso afirmativo, calcúlala. En caso negativo, justifica la respuesta.

Ejercicio 62.

Un proveedor de perfumerías vende a sus comerciantes tres tipos de perfumes A, B y C. En un primer pedido una tienda ha encargado 20 perfumes de tipo A, 30 de tipo B y 15 de tipo C, por un importe de 2200 euros. En un segundo pedido ha comprado 15 perfumes de tipo A, 10 de tipo B y 10 de tipo C, por un importe de 1250 euros.

a) **[1,25 puntos]** ¿Cuánto tendremos que pagar por un pedido de 25 perfumes de tipo A, 10 perfumes de tipo B y 16 de tipo C?

b) **[1,25 puntos]** Si añadimos que el precio de un perfume de tipo C es $\frac{2}{5}$ del precio de una unidad de tipo A, ¿cuál es el precio de cada tipo de perfume?

Ejercicio 63.

Determina un número natural de tres cifras sabiendo que la suma de sus dígitos es 9, que la diferencia de dicho número con el que se obtiene al intercambiar la cifra de las centenas por la de las unidades es 198, y que si consideramos la suma entre ambos números, es decir, entre el número a determinar y el que se obtiene al intercambiar sus cifras, el resultado es 828.

UNIDAD 3 y 4. GEOMETRÍA DEL ESPACIO

2016

Ejercicio 64.

Considera el punto $P(1,0,5)$ y la recta r dada por $\left.\begin{matrix} y+2z=0 \\ x=1 \end{matrix}\right\}$.

a) Determina la ecuación del plano que pasa por P y es perpendicular a r.

b) Calcula la distancia de P a la recta r y el punto simétrico de P respecto a r.

MATEMÁTICAS II. 2016. JUNIO. EJERCICIO 4. OPCIÓN A.

Ejercicio 65.

Considera las rectas r y s dadas por

$$r \equiv \begin{cases} x = 1+2\lambda \\ y = 1-\lambda \\ z = 1 \end{cases} \quad y \quad s \equiv \begin{cases} x+2y=-1 \\ z \quad =-1 \end{cases}$$

a) Comprueba que ambas rectas son coplanarias y halla la ecuación del plano que las contiene.

b) Sabiendo que dos de los lados de un cuadrado están en las rectas r y s, calcula su área.

MATEMÁTICAS II. 2016. JUNIO. EJERCICIO 4. OPCIÓN B.

Ejercicio 66.

Considera un paralelogramo de vértices consecutivos A, B, C y D siendo

$$A(1,0,-1),\ B(3,2,1)\ \text{y}\ C(-7,1,5)$$

a) Determina las coordenadas del punto D.

b) Calcula el área del paralelogramo.

c) Halla la ecuación general del plano que contiene al paralelogramo.

MATEMÁTICAS II. 2016. RESERVA 1. EJERCICIO 4. OPCIÓN A.

Ejercicio 67.

Se considera el punto $P(1,0,-1)$ y el plano π de ecuación $2x-y+z+1=0$.

a) Halla el simétrico del punto P respecto al plano π.

b) Determina la ecuación del plano que contiene al punto P, es perpendicular al plano π y es paralelo a la recta dada por $\begin{cases} x-2y=1 \\ z=3 \end{cases}$

MATEMÁTICAS II. 2016. RESERVA 1. EJERCICIO 4. OPCIÓN B

Ejercicio 68.

Sea r la recta dada por $\begin{cases} x+z=1 \\ y=-1 \end{cases}$ y sea s la recta definida por $\begin{cases} x=2+\lambda \\ y=2 \\ z=2+2\lambda \end{cases}$

a) Comprueba que las rectas r y s se cruzan y halla la ecuación de la recta que corta perpendicularmente a r y a s.

b) Calcula la distancia entre r y s.

MATEMÁTICAS II. 2016. RESERVA 2. EJERCICIO 4. OPCIÓN A.

Ejercicio 69.

Considera un rectángulo de vértices consecutivos A, B, C y D siendo $A(1,1,0)$ y $B(2,2,1)$.

Sabiendo que la recta r que contiene a los puntos C y D pasa por el origen de coordenadas se pide:

a) Halla unas ecuaciones paramétricas de r.

b) Calcula el área del triángulo ABC.

c) Determina las coordenadas del punto D.

MATEMÁTICAS II. 2016. RESERVA 2. EJERCICIO 4. OPCIÓN B.

Ejercicio 70.

Considera el plano π de ecuación $x+2y+z=1$.

a) Halla el punto de π más próximo al punto $(3,1,2)$.

b) Determina la ecuación de un plano paralelo a π que forme con los ejes de coordenadas un triángulo de área $\sqrt{6}$.

MATEMÁTICAS II. 2016. RESERVA 3. EJERCICIO 4. OPCIÓN A.

2017

Ejercicio 71.

Considera el punto $P(1,-1,0)$ y la recta r dada por $\begin{cases} x=1+3t \\ y=-2 \\ z=t \end{cases}$.

a) Determina la ecuación del plano que pasa por P y contiene a r.

b) Halla las coordenadas del punto simétrico de P respecto de r.

MATEMÁTICAS II. 2017. JUNIO. EJERCICIO 4. OPCIÓN A.

Ejercicio 72.

Considera los vectores $\vec{u}=(1,0,1)$, $\vec{v}=(0,2,1)$ y $\vec{w}=(m,1,n)$.

a) Halla m y n sabiendo que $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ son linealmente dependientes y que $\vec{w}$ es ortogonal a $\vec{u}$.

b) Para $n=1$, halla los valores de m para que el tetraedro determinado por $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ tenga volumen 10 unidades cúbicas

MATEMÁTICAS II. 2017. JUNIO. EJERCICIO 4. OPCIÓN B.

Ejercicio 73.

Considera los vectores $\vec{u}=(2,3,4)$, $\vec{v}=(-1,-1,-1)$ y $\vec{w}=(-1,\lambda,-5)$ siendo λ un número real.

a) Halla los valores de λ para los que el paralelepípedo determinado por $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ tiene volumen 6 unidades cúbicas.

b) Determina el valor de λ para el que $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ son linealmente dependientes.

MATEMÁTICAS II. 2017. RESERVA 1. EJERCICIO 4. OPCIÓN A.

Ejercicio 74.

Sea r la recta que pasa por $A(4,3,6)$ y $B(-2,0,0)$ y sea s la recta dada por $\begin{cases} x=2+\lambda \\ y=\lambda \\ z=1-2\lambda \end{cases}$

a) Determina la posición relativa de r y s.

b) Calcula, si existen, los puntos C de s tales que los vectores $\overrightarrow{CA}$ y $\overrightarrow{CB}$ son ortogonales.

MATEMÁTICAS II. 2017. RESERVA 1. EJERCICIO 4. OPCIÓN B.

Ejercicio 75.

Considera las rectas dadas por $r\equiv\begin{cases} x-y+1=0 \\ x-z+1=0 \end{cases}$ y $s\equiv\begin{cases} x=1-t \\ y=t \\ z=2 \end{cases}$

a) Determina la ecuación de la recta que corta perpendicularmente a r y a s.

b) Halla la distancia entre las rectas r y s.

MATEMÁTICAS II. 2017. RESERVA 2. EJERCICIO 4. OPCIÓN A.

2018

Ejercicio 76.

Considera los puntos $P(1,0,-1)$, $Q(2,1,1)$ y la recta r dada por $x-5=y=\dfrac{z+2}{-2}$.

a) Determina el punto simétrico de P respecto de r.

b) Calcula el punto de r que equidista de P y Q.

MATEMÁTICAS II. 2018. JUNIO. EJERCICIO 4. OPCIÓN A.

Ejercicio 77.

Considera el punto $P(2,-1,3)$ y el plano π de ecuación $3x+2y+z=5$.

a) Calcula el punto simétrico de P respecto de π.

b) Calcula la distancia de P a π.

MATEMÁTICAS II. 2018. JUNIO. EJERCICIO 4. OPCIÓN B.

Ejercicio 78.

Se considera el plano π de ecuación $x+2y+z=6$.

a) Determina la recta perpendicular a π que pasa por el origen de coordenadas.

b) Halla el punto simétrico del origen de coordenadas con respecto de π.

c) Calcula el volumen del tetraedro determinado por el origen de coordenadas y los puntos de corte de π con los ejes de coordenadas.

MATEMÁTICAS II. 2018. RESERVA 1. EJERCICIO 4. OPCIÓN A.

Ejercicio 79.

Considera las rectas *r* y *s* dadas por

$$r \equiv x-2 = y-2 = z \qquad \text{y} \qquad s \equiv \begin{cases} x = 4+t \\ y = 4+t \\ z = mt \end{cases}$$

a) Determina m para que *r* y *s* sean paralelas.

b) Halla, si existe, un valor de *m* para el que ambas rectas sean la misma.

c) Para $m=1$, calcula la ecuación del plano que contiene a *r* y a *s*

MATEMÁTICAS II. 2018. RESERVA 1. EJERCICIO 4. OPCIÓN B.

Ejercicio 80.

Considera las rectas $r \equiv \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+1}{3}$ y $s \equiv \begin{cases} 2x-3y=-5 \\ y-2z=-1 \end{cases}$

a) Estudia y determina la posición relativa de *r* y s.

b) Calcula la distancia entre *r* y *s*.

MATEMÁTICAS II. 2018. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 4. OPCIÓN A.

2019

Ejercicio 81.

Considera la recta $r \equiv \dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z-1}{1}$ y los planos $\pi_1 \equiv x=0$ y $\pi_2 \equiv y=0$

a) Halla los puntos de la recta *r* que equidistan de los planos π_1 y π_2.

b) Determina la posición relativa de la recta *r* y la recta de intersección de los planos π_1 y π_2.

MATEMÁTICAS II. 2019. JUNIO. EJERCICIO 4. OPCIÓN A

Ejercicio 82.

Considera el triángulo cuyos vértices son los puntos $A(1,1,0)$; $B(1,0,2)$; $C(0,2,1)$.

a) Halla el área de dicho triángulo.

b) Calcula el coseno del ángulo en el vértice *A*.

MATEMÁTICAS II. 2019. JUNIO. EJERCICIO 4. OPCIÓN B.

Ejercicio 83.

Considera el punto $A(2,1,0)$ y los planos $\pi_1 \equiv x+y+z=0$ *y* $\pi_2 \equiv x-y+z=0$.

a) Calcula la recta que pasa por *A* y es paralela a π_1 y a π_2.

b) Calcula los puntos de la recta $s \equiv \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z}{2}$ que equidistan de π_1 y π_2.

MATEMÁTICAS II. 2019. RESERVA 1. EJERCICIO 4. OPCIÓN A.

Ejercicio 84.

Se consideran los vectores $\vec{u}=(1,2,3)$, $\vec{v}=(1,-2,-1)$ y $\vec{w}=(2,\alpha,\beta)$, donde α y β son números reales.

a) Determina los valores de α y β para los que $\vec{w}$ es ortogonal a los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$.

b) Determina los valores de α y β para los que $\vec{w}$ y $\vec{v}$.tienen la misma dirección.

c) Para $\alpha=8$, determina el valor de β para el que $\vec{w}$ es combinación lineal de $\vec{u}$ y $\vec{v}$.

MATEMÁTICAS II. 2019. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 4. OPCIÓN A.

Ejercicio 85.

Considera las rectas $r\equiv\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-k}{2}=\dfrac{z}{2}$ y $s\equiv\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-3}{1}$

a) Halla k sabiendo que ambas se cortan en un punto.

b) Para $k=1$, halla la ecuación general del plano que contiene a r y es paralelo a s.

MATEMÁTICAS II. 2019. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 4.OPCIÓN B.

2020

Ejercicio 86.

Siendo $a\neq 0$, considera las rectas

$$r\equiv x-1=y-2=\frac{z-1}{a} \quad \text{y} \quad s\equiv\frac{x-3}{-a}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z+1}{2}$$

a) (1'25 puntos) Estudia la posición relativa de ambas rectas según los valores de a.

b) (1'25 puntos) Para $a=2$, determina las ecuaciones de la recta que pasa por el punto de corte de r y s y es perpendicular a ambas.

MATEMÁTICAS II. 2020. JUNIO. EJERCICIO 4

Ejercicio 87.

Se considera el punto $A(1,-2,0)$ y la recta $r\equiv\begin{cases} x+y=0 \\ y-3z+2=0\end{cases}$

a) (1'25 puntos) Calcula la ecuación del plano que pasa por A y es perpendicular a r.

b) (1'25 puntos) Calcula la ecuación del plano que pasa por A y contiene a r.

MATEMÁTICAS II. 2020. JUNIO. EJERCICIO 8

Ejercicio 88.

Considera el tetraedro de vértices $A(0,0,0)$, $B(1,1,0)$, $C(0,1,3)$ y $D(1,0,3)$.

a) (1 punto) Calcula el volumen de dicho tetraedro.

b) (1'5 puntos) Calcula la medida de la altura trazada desde el vértice A de dicho tetraedro.

MATEMÁTICAS II. 2020. RESERVA 1. EJERCICIO 4

Ejercicio 89.

Considera el plano $\pi\equiv x-y+az=0$ y la recta $r\equiv\begin{cases} 4x-3y+4z=1 \\ 3x-2y+z=0\end{cases}$

a) (1'5 puntos) Halla a sabiendo que π es paralelo a r.

b) (1 punto) Determina el plano perpendicular a r que pasa por el punto $P(1,2,3)$.

MATEMÁTICAS II. 2020. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 4

Ejercicio 90.

Considera el plano $\pi \equiv x - y + z = 2$ y la recta $r \equiv \frac{x}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+2}{-1}$

a) (1 punto) Calcula la distancia entre r y π.
b) (1'5 puntos) Halla la ecuación general del plano perpendicular a π que contiene a r.
MATEMÁTICAS II. 2020. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 8

2021

Ejercicio 91.

Considera las rectas $r \equiv \begin{cases} 2x - 3y + z - 2 = 0 \\ -3x + 2y + 2z + 1 = 0 \end{cases}$ **y** $s \equiv \begin{cases} x = 3 - 2\lambda \\ y = -1 + \lambda \\ z = -2 + 2\lambda \end{cases}$.

a) Calcula el plano perpendicular a la recta s que pasa por el punto $P = (1,0,-5)$.
b) Calcula el seno del ángulo que forma la recta r con el plano $\pi \equiv -2x + y + 2z = 0$.
MATEMÁTICAS II. 2021. JUNIO. EJERCICIO 7

Ejercicio 92.

La recta $r \equiv \frac{x+3}{2} = \frac{y+4}{2} = \frac{z-3}{3}$ y la recta s, que pasa por los puntos $P(1,0,2)$ y $Q(a,1,0)$, se cortan en un punto. Calcula el valor de a y el punto de corte.
MATEMÁTICAS II. 2021. JUNIO. EJERCICIO 8

Ejercicio 93.

Considera el punto $P = (1,2,6)$ y el plano $\pi \equiv 2x - y + z = 0$

a) Halla las ecuaciones de los planos paralelos a π cuya distancia a éste sea $\sqrt{6}$ unidades.
b) Halla el simétrico del punto P respecto al plano π.
MATEMÁTICAS II. 2021. RESERVA 1. EJERCICIO 7

Ejercicio 94.

Considera el punto $P(1,0,1)$ y el plano $\pi \equiv x - y + z + 1 = 0$
a) Halla el simétrico del punto P respecto al plano π.
b) Halla la distancia del punto P al plano π.
MATEMÁTICAS II. 2021. RESERVA 2. EJERCICIO 7

2022

Ejercicio 95.

Considera los vectores $\vec{u} = (-1,2,3)$ y $\vec{v} = (2,0,-1)$, así como el punto $A(-4,4,7)$

a) Calcula a y b para que el vector $\vec{w} = (1,a,b)$ se ortogonal a $\vec{u}$ y $\vec{v}$.

b) Determina los cuatro vértices de un paralelogramo cuyos lados tienen las direcciones de $\vec{u}$ y $\vec{v}$, y que tiene el vector $\vec{OA}$ como una de sus diagonales, siendo O el origen de coordenadas.
MATEMÁTICAS II. 2022. JUNIO. EJERCICIO 7

Ejercicio 96.

Considera la recta $r \equiv x-2=\frac{y}{-1}=\frac{z-1}{2}$, así como la recta s determinada por el punto $P(1,2,3)$ y el vector director $\vec{v}=(1+a,-a,3a)$.

a) Calcula a para que las rectas r y s se corten.

b) Calcula a para que las rectas r y s sean perpendiculares.

MATEMÁTICAS II. 2022. JUNIO. EJERCICIO 8

Ejercicio 97.

Considera las rectas $r \equiv x+1=y-a=-z$ y $s \equiv \begin{cases} x=5+2\lambda \\ y=-3 \\ z=2-\lambda \end{cases}$

a) Calcula a para que r y s se corten. Determina el punto de corte.

b) Halla la ecuación del plano que pasa por $P(8,-7,2)$ y contiene a la recta s.

MATEMÁTICAS II. 2022. JULIO. EJERCICIO 7

Ejercicio 98.

Sea el plano $\pi \equiv x+y-z=2$ y la recta $r \equiv x=\frac{y}{3}=z-1$

a) Calcula, si existe, el punto de intersección de r y π.

b) Dado el punto $Q(2,6,3)$ halla su simétrico respecto del plano π.

MATEMÁTICAS II. 2022. JULIO. EJERCICIO 8

2023

Ejercicio 99.

El plano perpendicular al segmento de extremos $P(0,3,8)$ y $Q(2,1,6)$ que pasa por su punto medio corta a los ejes coordenados en los puntos A, B y C. Halla el área del triángulo cuyos vértices son los puntos A, B y C.

MATEMÁTICAS II. 2023. JUNIO. EJERCICIO 7

Ejercicio 100.

Considera el punto $A(-1,1,3)$ y la recta r determinada por los puntos $B(2,1,1)$ y $C(0,1,-1)$

a) Halla la distancia del punto A a la recta r.

b) Calcula el área del triángulo cuyos vértices son A, B y C.

MATEMÁTICAS II. 2023. JUNIO. EJERCICIO 8

Ejercicio 101.

Considera los planos $\pi_1 \equiv x-y+z=0$ y $\pi_2 \equiv x+y=2$.

a) Calcula la distancia entre la recta intersección de π_1 y π_2 y el punto $P(2,6,-2)$.

b) Halla el ángulo que forman π_1 y π_2.

MATEMÁTICAS II. 2023. JULIO. EJERCICIO 7

Ejercicio 102.

Calcula el volumen del tetraedro que limita el plano determinado por los puntos $A(0,2,-2)$, $B(3,2,1)$ y $C(2,3,2)$ con los planos cartesianos.

MATEMÁTICAS II. 2023. JULIO. EJERCICIO 8

2024

Ejercicio 103.

a) **[1,25 puntos]** Halla el punto simétrico de $P(2,2,1)$ respecto de la recta $r \equiv \begin{cases} x-2y+z &= 2 \\ y-z &= 1 \end{cases}$

b) **[1,25 puntos]** Halla el punto simétrico de $Q(1,-1,-3)$ respecto del plano $\pi \equiv x-2y+z+6=0$.

Ejercicio 104.

Considera las rectas $r \equiv \begin{cases} y=0 \\ 2x-z=0 \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} x+y+7=0 \\ z=0 \end{cases}$

a) **[1 punto]** Estudia la posición relativa de r y s.

b) **[1,5 puntos]** Calcula la ecuación del plano paralelo a r y s que equidista de ambas rectas.

Ejercicio 105.

Considera el plano $\pi \equiv x-2y+z-2=0$ y la recta $r \equiv \begin{cases} x=1+2\lambda \\ y=\lambda \\ z=1 \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$.

a) **[1 punto]** Estudia la posición relativa de π y r.

b) **[1,5 puntos]** Calcula la ecuación de la recta contenida en π que pasa por el punto $P(2,-1,-2)$ y es perpendicular a r.

Ejercicio 106.

Considera los puntos $P(1,0,1)$ y $Q(3,-2,1)$.

a) **[1 punto]** Calcula el plano perpendicular al segmento PQ que pasa por su punto medio.

b) **[1,5 puntos]** Calcula el plano paralelo a la recta $r \equiv 1-x = \dfrac{y-2}{3} = z+1$ que pasa por P y Q.

Ejercicio 107.

Considera los puntos $A(1,1,2)$, $B(1,0,1)$ y $C(1,-1,2)$.

a) **[1,25 puntos]** Determina el área del triángulo de vértices A, B y C.

b) **[1,25 puntos]** Calcula D para que los puntos A, B, C y D sean los vértices consecutivos de un paralelogramo.

UNIDAD 5 y 6. LÍMITES, DERIVADAS Y FUNCIONES

2016

Ejercicio 108.

Sabiendo que $\lim_{x\to 0} \dfrac{\ln(x+1) - a\,sen\,x + x\cos(3x)}{x^2}$ **es finito, calcula** a **y el valor del límite.**

MATEMÁTICAS II. 2016. JUNIO. EJERCICIO 1. OPCIÓN A.

Ejercicio 109.

Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ **la función definida por** $f(x) = \dfrac{x}{x^2+1}$.

a) Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f. **Calcula los puntos de corte de dichas asíntotas con la gráfica de** f.

b) Halla los intervalos de crecimiento y de decrecimiento f **y los extremos relativos de** f **(abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).**

c) Esboza la gráfica de f.

MATEMÁTICAS II. 2016. JUNIO. EJERCICIO 1. OPCIÓN B.

Ejercicio 110.

Sabiendo que $\lim_{x\to 0} \dfrac{\cos(\pi x)\cdot(1 + a\cos(\pi x))}{sen(x^2)}$ **es finito, calcula** a **y el valor del límite.**

MATEMÁTICAS II. 2016. RESERVA 1. EJERCICIO 1. OPCIÓN A.

Ejercicio 111.

Sabiendo que $\lim_{x\to 0} \left(\dfrac{1}{e^x - 1} - \dfrac{m}{2x}\right)$ **es finito, calcula** m **y el valor del límite.**

MATEMÁTICAS II. 2016. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 1. OPCIÓN A.

Ejercicio 112.

Sea la función $f : (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ **definida por** $f(x) = \dfrac{\ln x}{x}$, **donde ln denota logaritmo neperiano.**

a) Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f.

b) Halla los extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan) y los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

MATEMÁTICAS II. 2016. RESERVA 2. EJERCICIO 1. OPCIÓN A.

Ejercicio 113.

Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ **la función definida por** $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. **Determina** a, b, c **sabiendo que la gráfica de** f **tiene tangente horizontal en el punto de abscisa** $x = 1$ **y un punto de inflexión en** $(-1, 5)$.

MATEMÁTICAS II. 2016. RESERVA 2. EJERCICIO 1. OPCIÓN B.

Ejercicio 114.

Se quiere construir un bote de conservas cilíndrico, con tapa, de un litro de capacidad. Calcula las dimensiones del bote para que en su construcción se utilice la menor cantidad posible de hojalata.

MATEMÁTICAS II. 2016. RESERVA 4. EJERCICIO 1. OPCIÓN A.

Ejercicio 115.

Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función definida por $f(x)=\left|x^2-4\right|$.

a) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f y calcula sus extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

b) Calcula la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=-1$.

MATEMÁTICAS II. 2016. RESERVA 4. EJERCICIO 1. OPCIÓN B.

Ejercicio 116.

Se dispone de un cartón cuadrado de 50 cm de lado para construir una caja sin tapadera a partir del cartón. Para ello, se corta un cuadrado de x cm de lado en cada una de las esquinas. Halla el valor de x para que el volumen de la caja sea máximo y calcula dicho volumen.

MATEMÁTICAS II. 2016. RESERVA 1. EJERCICIO 1. OPCIÓN B.

Ejercicio 117.

Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función definida por $f(x)=x^2\cdot e^{-x^2}$

a) Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f.

b) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f y calcula sus extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

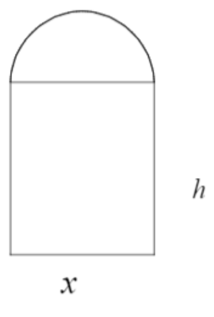
c) Esboza la gráfica de f.

MATEMÁTICAS II. 2016. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 1. OPCIÓN B.

2017

Ejercicio 118.

Se quiere hacer una puerta rectangular coronada por un semicírculo como el de la figura. El hueco de la puerta tiene que tener 16 metros cuadrados. Si es posible, determina la base x para que el perímetro sea mínimo.



MATEMÁTICAS II. 2017. JUNIO. EJERCICIO 1. OPCIÓN A.

Ejercicio 119.

Considera la función *f* definida por $f(x)=\dfrac{x^2}{x-1}$ para $x\neq 1$

a) Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de *f*.
b) Estudia y determina los intervalos de crecimiento y los intervalos de decrecimiento de *f*. Calcula los extremos relativos de *f* (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan)
MATEMÁTICAS II. 2017. JUNIO. EJERCICIO 1. OPCIÓN B.

Ejercicio 120.

Considera la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ dada por $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$. Calcula a; b; c y d sabiendo que *f* tiene un extremo relativo en $(0,1)$ y su gráfica un punto de inflexión en $(1,-1)$.
MATEMÁTICAS II. 2017. RESERVA 3. EJERCICIO 1. OPCIÓN B.

Ejercicio 121.

Considera la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}$

a) Estudia y determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de *f*. Calcula los extremos relativos de *f* (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).
b) Halla la ecuación de la recta normal a la gráfica de *f* en el punto de abscisa $x=0$.
MATEMÁTICAS II. 2017. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 1. OPCIÓN B.

2018

Ejercicio 122.

Halla los coeficientes a, b y c sabiendo que la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ tiene en $x=1$ un punto de derivada nula que no es extremo relativo y que la gráfica de f pasa por el punto $(1,1)$..
MATEMÁTICAS II. 2018. JUNIO. EJERCICIO 1. OPCIÓN A.

Ejercicio 123.

Determina $k\neq 0$ sabiendo que la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por

$$f(x)=\begin{cases} 3-kx^2 & si \quad x\leq 1 \\ \dfrac{2}{kx} & si \quad x>1 \end{cases}$$

es derivable.
MATEMÁTICAS II. 2018. JUNIO. EJERCICIO 1. OPCIÓN B.

Ejercicio 124.

Considera la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ dada por

$$f(x)=\begin{cases} -xe^{x-1} & si \quad x\leq 0 \\ xe^{x-1} & si \quad 0<x\leq 1 \\ xe^{1-x} & si \quad 1<x \end{cases}$$

a) Estudia la derivabilidad de *f* en $x=0$ y en $x=1$.
b) Estudia la existencia de asíntotas horizontales de la gráfica de *f*.
MATEMÁTICAS II. 2018. RESERVA 1. EJERCICIO 1. OPCIÓN B.

Ejercicio 125.

Sea *f* la función definida por $f(x)=\dfrac{e^x}{x-1}$ para $x\neq 1$.

a) Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de *f*.

b) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de *f* y halla sus máximos y mínimos relativos (puntos en los que se obtienen y valores que alcanza la función).

c) Esboza la gráfica de *f* indicando sus puntos de corte con los ejes coordenados

MATEMÁTICAS II. 2018. RESERVA 2. EJERCICIO 1. OPCIÓN B.

Ejercicio 126.

Calcula $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg(x)-x}{x-sen(x)}$

MATEMÁTICAS II. 2018. RESERVA 4. EJERCICIO 1. OPCIÓN A.

Ejercicio 127.

Considera la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=\begin{cases} ax^2+bx+c & si \quad x\leq 0 \\ \dfrac{e^x-e^{-x}-2x}{x-sen(x)} & si \quad x>0 \end{cases}$.

Determina *a*, *b* y *c* sabiendo que *f* es continua, alcanza su máximo relativo en $x=-1$ y la recta tangente a la gráfica de *f* en el punto de abscisa $x=-2$ tiene pendiente 2.

MATEMÁTICAS II. 2018. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 1. OPCIÓN A.

Ejercicio 128.

Considera la función *f* definida por $f(x)=a\ln(x)+bx^2+x$ para $x>0$, donde ln denota la función logaritmo neperiano.

a) Halla *a* y *b* sabiendo que *f* tiene extremos relativos en $x=1$ y en $x=2$.

b) ¿Qué tipo de extremos tiene *f* en $x=1$ y en $x=2$?

MATEMÁTICAS II. 2018. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 1. OPCIÓN B.

2019

Ejercicio 129.

Considera la función *f* definida por $f(x)=\dfrac{x^2+3x+4}{2x+2}$ para $x\neq -1$

a) Estudia y halla las asíntotas de la gráfica de *f*.

b) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de *f*.

MATEMÁTICAS II. 2019. JUNIO. EJERCICIO 1. OPCIÓN A.

Ejercicio 130.

Considera la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=(x-a)\cdot e^x$.

a) Determina a sabiendo que la función tiene un punto crítico en $x=0$.

b) Para $a=1$, calcula los puntos de inflexión de la gráfica de *f*.

MATEMÁTICAS II. 2019. JUNIO. EJERCICIO 1. OPCIÓN B.

Ejercicio 131.

Calcula $\lim_{x\to 0} \dfrac{\cos(x)-e^{-2x}-2x}{sen^2(x)}$.

MATEMÁTICAS II. 2019. RESERVA 1. EJERCICIO 1. OPCIÓN A.

Ejercicio 132.

Dada $f:(1,e)\to\mathbb{R}$ **la función definida por** $f(x)=\dfrac{1}{x}+\ln(x)$ **(ln denota la función logaritmo neperiano), determina la recta tangente a la gráfica de** ***f*** **que tiene pendiente máxima.**
MATEMÁTICAS II. 2019. RESERVA 3. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

Ejercicio 133.

Dada la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ **definida por** $f(x)=6-\dfrac{1}{6}x^2$**, calcula las dimensiones del rectángulo de área máxima, de lados paralelos a los ejes, inscrito en el recinto comprendido entre la gráfica de** ***f*** **y la recta** $y=0$.
MATEMÁTICAS II. 2019. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 1. OPCIÓN A.

Ejercicio 134.

Se sabe que la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$**, dada por**

$$f(x)=\begin{cases} sen(x)+ax+b & si \quad x\le 0 \\ \dfrac{\ln(x+1)}{x} & si \quad x>0 \end{cases}$$

(ln denota la función logaritmo neperiano) es derivable. Calcula ***a*** **y** ***b***
MATEMÁTICAS II. 2019. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 1. OPCIÓN B.

2020

Ejercicio 135.

Considera la función ***f*** **definida por** $f(x)=\dfrac{x^2-2x-3}{x^2-1}$ **para** $x\neq 1,-1$

a) (1'25 puntos) Estudia y halla las asíntotas de la gráfica de ***f*****.**
b) (1'25 puntos) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de ***f*****.**
MATEMÁTICAS II. 2020. JUNIO. EJERCICIO 1

Ejercicio 136.

Sea $f:[0,2\pi]\to\mathbb{R}$ **la función definida por** $f(x)=\dfrac{sen(x)}{2-\cos(x)}$

a) (2 puntos) Halla los extremos absolutos de ***f*** **(abscisas donde de obtienen y valores que se alcanzan).**
b) (0'5 puntos) Determina la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de ***f*** **en el punto de abscisas** $x=\dfrac{\pi}{3}$.

MATEMÁTICAS II. 2020. JUNIO. EJERCICIO 5

Ejercicio 137.

(2'5 puntos) Calcula a sabiendo que $\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{\ln(1-x)}-\frac{ax-1}{x}\right)=\frac{7}{2}$ (ln denota la función logaritmo neperiano).
MATEMÁTICAS II. 2020. RESERVA 1. EJERCICIO 1

Ejercicio 138.

(2'5 puntos) Sabiendo que $\lim_{x\to 0}\frac{xe^x-\ln(1+x)-(a+1)x}{x^2}$ es finito, calcula a y el valor del límite (ln denota la función logaritmo neperiano).
MATEMÁTICAS II. 2020. RESERVA 2. EJERCICIO 1

Ejercicio 139.

Sea f la función definida por $f(x)=\frac{|x|}{2-x}$ para $x\neq 2$.
a) (1'25 Puntos). Estudia la derivabilidad de f.
b) (1'25 Puntos). Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.
MATEMÁTICAS II. 2020. RESERVA 2. EJERCICIO 5

Ejercicio 140.

Considera la función f definida por $f(x)=\frac{x^3}{x^2-1}$ para $x\neq 1,-1$.
a) (1'25 Puntos). Estudia y halla las asíntotas a la gráfica de f.
b) (1'25 Puntos). Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.
MATEMÁTICAS II. 2020. RESERVA 3. EJERCICIO 1

Ejercicio 141.

(2'5 puntos) Considera la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ dada por: $f(x)=e^x(x^2-5x+6)$. Determina los intervalos de concavidad y de convexidad de f y los puntos de inflexión de su gráfica.
MATEMÁTICAS II. 2020. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 1

Ejercicio 142.

Sea la función derivable $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=\begin{cases} e^{2ax-4b} & si \quad x<1 \\ 1-x\ln x & si \quad x\geq 1\end{cases}$
(ln denota la función logaritmo neperiano)
a) (1'75 puntos) Determina los valores de a y b.
b) (0'75 puntos) Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=2$.
MATEMÁTICAS II. 2020. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 5.

2021

Ejercicio 143.

Se sabe que la gráfica de la función f definida por $f(x)=\frac{ax^2+bx+2}{x-1}$ (para $x\neq 1$) tiene una asíntota oblicua que pasa por el punto $(1,1)$ y tiene pendiente 2. Calcula a y b.
MATEMÁTICAS II. 2021. JUNIO. EJERCICIO 1

Ejercicio 144.

Considera la función continua $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=\begin{cases}(3x-6)\cdot e^{x} & si \quad x\le 0\\ \dfrac{36(sen(x)-ax)}{x^3} & si \quad x>0\end{cases}$.

a) Calcula *a*.

b) Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de *f* en el punto de abscisa $x=-1$.

MATEMÁTICAS II. 2021. JUNIO. EJERCICIO 2

Ejercicio 145.

Sabiendo que $\lim_{x\to 0}\left(\dfrac{x+1}{\ln(x+1)}-\dfrac{a}{x}\right)$ **es finito, calcula *a* y el valor del límite (ln denota el logaritmo neperiano).**

MATEMÁTICAS II. 2021. RESERVA 2. EJERCICIO 1

Ejercicio 146.

Sea la función derivable $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=\begin{cases}\dfrac{ax+b}{x-1} & si \quad x\le 0\\ \ln(1+x) & si \quad x>0\end{cases}$

(ln denota la función logaritmo neperiano)

a) Determina *a* y *b*.

b) Halla las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la gráfica de *f* en el punto de abscisa $x=2$.

MATEMÁTICAS II. 2021. RESERVA 3. EJERCICIO 1.

Ejercicio 147.

Calcula *a* y *b* sabiendo que $\lim_{x\to 0}\dfrac{a\left(1-\cos(x)\right)+b\,sen(x)-2\left(e^{x}-1\right)}{x^2}=7$

MATEMÁTICAS II. 2021. JULIO. EJERCICIO 1

Ejercicio 148.

Halla $a>0$ y $b>0$ sabiendo que la gráfica de la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ dada por $f(x)=\dfrac{bx^2}{1+ax^4}$ **tiene en el punto $(1,2)$ un punto crítico.**

MATEMÁTICAS II. 2021. JULIO. EJERCICIO 2

2022

Ejercicio 149.

Considera la función continua f definida por

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x} & si \quad x<-1\\ ax+b & si \quad -1\le x<1\\ \dfrac{x^2}{x+1} & si \quad x\ge 1\end{cases}$$

a) Calcula *a* y *b*.

b) Estudia y halla las asíntotas de la gráfica de *f*.

MATEMÁTICAS II. 2022. JUNIO. EJERCICIO 1

Ejercicio 150.

De entre todos los rectángulos con lados paralelos a los ejes de coordenadas, determina las dimensiones de aquel de área máxima que puede inscribirse en la región limitada por las gráficas de las funciones $f, g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definidas por $f(x) = 4 - \frac{x^2}{3}$ y $g(x) = \frac{x^2}{6} - 2$

MATEMÁTICAS II. 2022. JUNIO. EJERCICIO 2

Ejercicio 151.

Calcula a sabiendo que $\lim_{x \to +\infty} \frac{ax}{(\ln(x))^3 + 2x} = 1$

(donde ln denota la función logaritmo neperiano)

MATEMÁTICAS II. 2022. JULIO. EJERCICIO 1

Ejercicio 152.

Calcula los vértices y el área del rectángulo de área máxima inscrito en el recinto limitado por la gráfica de la función $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = -x^2 + 12$ y el eje de abscisas, y que tiene su base sobre dicho eje.

MATEMÁTICAS II. 2022. JULIO. EJERCICIO 2

2023

Ejercicio 153.

Considera la función $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \frac{1}{e^x + e^{-x}}$

a) Estudia y halla los máximos y mínimos absolutos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

b) Calcula $\lim_{x \to +\infty} \left(x^2 f(x)\right)$.

MATEMÁTICAS II. 2023. JUNIO. EJERCICIO 1

Ejercicio 154.

Sea la función $f: [-2, 2] \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^3 - 2x + 5$

a) Determina las abscisas de los puntos, si existen, en los que la pendiente de la recta tangente coincide con la pendiente de la recta que pasa por los puntos $(-2, f(-2))$ y $(2, f(2))$

b) Determina la ecuación de la recta tangente y la ecuación de la recta normal a la gráfica de f en el punto de inflexión.

MATEMÁTICAS II. 2023. JUNIO. EJERCICIO 2

Ejercicio 155.

Sea la función $f: [-2, 2\pi] \to \mathbb{R}$, definida por: $f(x) = \begin{cases} 5x + 1 & si \quad -2 \le x \le 0 \\ e^x \cos(x) & si \quad 0 < x \le 2\pi \end{cases}$

a) Halla los extremos relativos y absolutos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

b) Determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = \frac{\pi}{2}$.

MATEMÁTICAS II. 2023. JULIO. EJERCICIO 1

Ejercicio 156.

Sea $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ la función definida por: $f(x)=x(\ln(x))^2$ (ln denota la función logaritmo neperiano).

a) Calcula, si existen, sus extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

b) Calcula, si existen, sus extremos absolutos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

MATEMÁTICAS II. 2023. JULIO. EJERCICIO 2

2024

Ejercicio 157

Sea la función $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=\ln(x)$, donde $\ln$ denota la función logaritmo neperiano, y los puntos de su gráfica $A(1,0)$ y $B(e,1)$.

a) **[1,5 puntos]** Determina, si existen, los puntos de la gráfica de f en los que la recta tangente a la gráfica es paralela a la recta que pasa por los puntos A y B.

b) **[1 punto]** Determina la ecuación de la recta normal a la gráfica de f en el punto A.

Ejercicio 158.

Considera la función continua f definida por

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x\cos(x)-a\,\mathrm{sen}(x)}{x^3} & \text{si} \quad x<0\\[2ex] b\cos(x)-1 & \text{si} \quad x\geq 0\end{cases}$$

Calcula a y b.

Ejercicio 159.

Sea la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ dada por $f(x)=\left(x-\dfrac{1}{2}\right)e^{-x^2}$.

a) **[1,5 puntos]** Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

b) **[1 punto]** Halla los extremos absolutos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

Ejercicio 160.

Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x)=a+b\cos(x)+csen(x)$$

Halla a, b y c sabiendo que su gráfica tiene en el punto de abscisa $x=\dfrac{\pi}{2}$ a la recta $y=1$ como recta tangente, y que la recta $y=x-1$ corta a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=0$.

Ejercicio 161.

Sea f la función definida por $f(x)=\dfrac{ax^3+bx^2+x-1}{x^2-1}$, para $x\neq\pm1$. Sabiendo que su gráfica tiene una asíntota oblicua que pasa por el punto $(0,1)$ y es paralela a la recta $y=2x$, calcula la asíntota oblicua y los valores de a y b.

Ejercicio 162.

Considera la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \operatorname{arc\,tg}(x + \pi)$, donde $\operatorname{arc\,tg}$ denota la función arcotangente.

a) **[1,5 puntos]** Calcula los intervalos de concavidad y convexidad de f. Estudia y halla, si existen, los puntos de inflexión de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

b) **[1 punto]** Calcula $\lim\limits_{x \to -\pi} \dfrac{\operatorname{arc\,tg}(x+\pi)}{\operatorname{sen}(x)}$.

UNIDAD 7. INTEGRALES

2016

Ejercicio 163.

Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de una función *f* en el punto de abscisa $x = 1$ sabiendo que $f(0) = 0$ y $f'(x) = \dfrac{(x-1)^2}{x+1}$ para $x > -1$.

MATEMÁTICAS II. 2016. JUNIO. EJERCICIO 2.OPCIÓN A.

Ejercicio 164.

Sea $f : (0,+\infty) \to \mathbb{R}$ la función dada por $f(x) = \ln x$ (ln representa logaritmo neperiano).

a) Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de *f* en el punto de abscisa $x = 1$.

b) Esboza el recinto comprendido entre la gráfica de *f*, $y = x - 1$ y la recta $x = 3$. Calcula su área.

MATEMÁTICAS II. 2016. JUNIO. EJERCICIO 2.OPCIÓN B.

Ejercicio 165.

Considera la función *f* dada por $f(x) = \sqrt{x} + \dfrac{\ln x}{x}$ para $x > 0$.

a) Halla todas las primitivas de *f*.

b) Halla $\displaystyle\int_1^3 f(x)\,dx$

c) Determina la primitiva de *f* que toma el valor 3 para $x = 1$.

MATEMÁTICAS II. 2016. RESERVA 1. EJERCICIO 2. OPCIÓN A.

Ejercicio 166.

Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función dada por $f(x) = \dfrac{2x}{(x^2+1)^2}$. Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de *f*, el eje de abscisas y las recta $x = 0$ y $x = 1$.

MATEMÁTICAS II. 2016. RESERVA 1. EJERCICIO 2. OPCIÓN B.

Ejercicio 167.

Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x^4$. Encuentra la recta horizontal que corta a la gráfica de *f* formando con ella un recinto con área $\dfrac{8}{5}$.

MATEMÁTICAS II. 2016. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 2. OPCIÓN A.

Ejercicio 168.

Calcula $\int \frac{x}{1+\sqrt{x}}\,dx$. Sugerencia: se puede hacer el cambio de variable $t=\sqrt{x}$

MATEMÁTICAS II. 2016. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 2. OPCIÓN B

2017

Ejercicio 169.

Considera la región limitada por las curvas $y=x^2$ e $y=-x^2+4x$

a) Esboza la gráfica de la región dada, hallando los puntos de corte de ambas curvas.

b) Expresa el área como una integral.

c) Calcula el área.

MATEMÁTICAS II. 2017. JUNIO. EJERCICIO 2. OPCIÓN A.

Ejercicio 170.

Calcula $\int_1^{16} \frac{dx}{\sqrt{x}+\sqrt[4]{x}}$ (*sugerencia* $t=\sqrt[4]{x}$).

MATEMÁTICAS II. 2017. JUNIO. EJERCICIO 2. OPCIÓN B

Ejercicio 171.

Determina la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ tal que $f''(x)=x\cdot e^{x}$, cuya gráfica pasa por el origen de coordenadas y tiene un extremo relativo en $x=1$.

MATEMÁTICAS II. 2017. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 2. OPCIÓN A.

Ejercicio 172.

Considera el recinto del primer cuadrante limitado por el eje OX, la recta $y=x$, la gráfica $y=\frac{1}{x^3}$ y la recta $x=3$.

a) Haz un esbozo del recinto descrito.

b) Calcula el área del recinto

c) Si consideras la gráfica $y=\frac{1}{x}$ en lugar de $y=\frac{1}{x^3}$, el área del recinto correspondiente ¿será mayor o será menor que la del recinto inicial.?. ¿Por qué?

MATEMÁTICAS II. 2017. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 2. OPCIÓN B

2018

Ejercicio 173.

Considera las funciones $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ dadas por $f(x)=6x-x^2$ y $g(x)=\left|x^2-2x\right|$.

a) Esboza el recinto limitado por las gráficas de *f* y *g* y calcula los puntos de corte de dichas gráficas.

b) Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de *f* y *g*.

MATEMÁTICAS II. 2018. JUNIO. EJERCICIO 2. OPCIÓN A.

Ejercicio 174.

Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función definida por $f(x)=e^{2-x}$

a) Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=2$.

b) Esboza el recinto limitado por la gráfica de f, el eje de ordenadas y la recta $x+y=3$.

c) Calcula el área del recinto indicado.

MATEMÁTICAS II. 2018. RESERVA 1. EJERCICIO 2. OPCIÓN A.

Ejercicio 175.

Considera la función f definida por $f(x)=a\,x\ln(x)-b\,x$ para $x>0$ (ln denota la función logaritmo neperiano). Determina a y b sabiendo que f tiene un extremo relativo en $x=1$ y que $\int_1^2 f(x)\,dx=8\ln(2)-9$

MATEMÁTICAS II. 2018. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 2. OPCIÓN A.

Ejercicio 176.

Considera la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=e^{-2x}$.

a) Determina el punto de la gráfica de f en el que la recta tangente es $y=-2ex$.

b) Esboza el recinto limitado por la gráfica de f, la recta $y=-2ex$ y el eje de ordenadas.

c) Calcula el área del recinto descrito en el apartado anterior.

MATEMÁTICAS II. 2018. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 2. OPCIÓN B.

2019

Ejercicio 177.

Sea la función $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ definida por: $f(x)=\dfrac{1+e^x}{1-e^x}$. Halla la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto $(1,1)$. (Sugerencia: efectúa el cambio de variable $t=e^x$)

MATEMÁTICAS II. 2019. JUNIO. EJERCICIO 2. OPCIÓN A.

Ejercicio 178.

Considera las funciones $f:(-2,+\infty)\to\mathbb{R}$, definida por $f(x)=\ln(x+2)$ (ln denota la función logaritmo neperiano) y $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, definida por $g(x)=\dfrac{1}{2}(x-3)$.

a) Esboza el recinto que determinan la gráfica de f, la gráfica de g, la recta $x=1$ y la recta $x=3$. (No es necesario calcular los puntos de corte entre las dos gráficas).

b) Determina el área del recinto anterior.

MATEMÁTICAS II. 2019. JUNIO. EJERCICIO 2. OPCIÓN B.

Ejercicio 179.

Determina la función $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ sabiendo que es derivable, que su función derivada cumple

$$f'(x)=\frac{\ln(x)}{\sqrt{x}}$$

(ln denota la función logaritmo neperiano) y que la gráfica de f pasa por el punto $(1,0)$.

MATEMÁTICAS II. 2019. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 2. OPCIÓN A.

Ejercicio 180.

Sea la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ dada por: $f(x)=x\cdot e^{-x^2}$.

a) Calcula los puntos de corte de la gráfica de f con los ejes coordenados y los extremos relativos de f (abscisas en los que se obtienen y los valores que se alcanzan).

b) Determina $a>0$ de manera que sea $\frac{1}{4}$ el área del recinto determinado por la gráfica de f en el intervalo $[0,a]$ y el eje de abscisas.

MATEMÁTICAS II. 2019. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 2. OPCIÓN B.

2020

Ejercicio 181.

(2'5 puntos) Calcula $a>0$ sabiendo que el área de la región determinada por la gráfica de la función $f(x)=x\cdot e^{3x}$, el eje de abscisas y la recta $x=a$ vale $\frac{1}{9}$.

MATEMÁTICAS II. 2020. JUNIO. EJERCICIO 2

Ejercicio 182.

Sea f la función dada por: $f(x)=\frac{3x^2+4}{(x-2)^2}$ para $x\neq 2$

a) (2 puntos) Calcula $\int f(x)\,dx$

b) (0'5 puntos) Calcula la primitiva de f que pasa por el punto $(3,5)$

MATEMÁTICAS II. 2020. JUNIO. EJERCICIO 6

Ejercicio 183.

(2'5 Puntos). Calcula $\int \cos(\ln x)\,dx$ (ln denota la función logaritmo neperiano)

MATEMÁTICAS II. 2020. RESERVA 4. EJERCICIO 6

Ejercicio 184.

(2'5 puntos) Calcula $\int_0^{\pi} x\cdot sen^2(x)\,dx$

MATEMÁTICAS II. 2020. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 2

Ejercicio 185.

Considera las funciones $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definidas por $f(x)=|x|$ y $g(x)=x^2-2$.

a) (1 punto) Calcula los puntos de corte de las gráficas de f y g. Esboza el recinto que determinan.

b) (1'5 puntos) Determina el área del recinto anterior.

MATEMÁTICAS II. 2020. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 6

2021

Ejercicio 186.

Considera la función $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ definida por $f(x)=4x^3-x^4$

a) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de *f*.

b) Esboza la gráfica de *f* y calcula el área del recinto limitado por dicha gráfica y el eje de abscisas.

MATEMÁTICAS II. 2021. JUNIO. EJERCICIO 3

Ejercicio 187.

Considera la función $F:[0,+\infty)\rightarrow\mathbb{R}$ definida por: $F(x)=\int_0^x (2t+\sqrt{t})\ dt$

Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de F en el punto de abscisa $x=1$.

MATEMÁTICAS II. 2021. JUNIO. EJERCICIO 4

Ejercicio 188.

Calcula $\int_0^2 \frac{1}{1+\sqrt{e^x}}\ dx$. (Sugerencia: efectúa el cambio de variable $t=\sqrt{e^x}$).

MATEMÁTICAS II. 2021. RESERVA 3. EJERCICIO 4

Ejercicio 189.

Considera la función $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ definida por $f(x)=1+\int_0^x t\cdot e^t\ dt$

Determina los intervalos de concavidad y convexidad de *f* y sus puntos de inflexión (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan.

MATEMÁTICAS II. 2021. JULIO. EJERCICIO 3

Ejercicio 190.

Considera la función *f* definida $f(x)=\frac{x^2+1}{x^2-1}$ (para $x\neq -1$, $x\neq 1$. Halla una primitiva de *f* cuya gráfica pase por el punto $(2,4)$.

MATEMÁTICAS II. 2021. JULIO. EJERCICIO 4

2022

Ejercicio 191.

Sea f la función definida por: $f(x)=\begin{cases} 2x+4 & si \quad x<0 \\ (x-2)^2 & si \quad x\geq 0 \end{cases}$

a) Calcula los puntos de corte de la gráfica de *f* con el eje de abscisas y esboza la gráfica de la función.

b) Halla el área del recinto limitado por la gráfica de *f* y por el eje de abscisas.

MATEMÁTICAS II. 2022. JUNIO. EJERCICIO 3.

Ejercicio 192.

Considera la función *f* definida por: $f(x)=\frac{x^3}{x^2-2x+1}$ para $x\neq 1$. Halla una primitiva de *f* que pase por el punto $(2,6)$

MATEMÁTICAS II. 2022. JUNIO. EJERCICIO 4

Ejercicio 193.

Considera las funciones $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = x^3 + 2$ y $g(x) = -x^2 + 2x + 2$

a) Calcula los puntos de corte de las gráficas de *f* y *g*. Esboza sus gráficas.

b) Determina el área del recinto limitado por las gráficas de *f* y *g* en el primer cuadrante.

MATEMÁTICAS II. 2022. JULIO. EJERCICIO 4

2023

Ejercicio 194.

Considera la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x|x-1|$. Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de dicha función y su recta tangente en el punto de abscisa $x = 0$.

MATEMÁTICAS II. 2023. JUNIO. EJERCICIO 3

Ejercicio 195.

Considera la función $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por: $F(x) = \int_0^x sen(t^2)\, dt$. Calcula $\lim_{x \to 0} \dfrac{x \cdot F(x)}{sen(x^2)}$.

MATEMÁTICAS II. 2023. JUNIO. EJERCICIO 4

Ejercicio 196.

Calcula a con $0 < a < 1$, tal que $\int_a^1 \dfrac{\ln(x)}{x}\, dx + 2 = 0$ (ln denota la función logaritmo neperiano).

MATEMÁTICAS II. 2023. JULIO. EJERCICIO 3

Ejercicio 197.

Considera las funciones $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} - \{0\} \to \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = 5 - x^2$ y $g(x) = \dfrac{4}{x^2}$

a) Esboza las gráficas de las dos funciones y calcula los puntos de corte entre ellas.

b) Calcula la suma de las áreas de los recintos limitados por las gráficas de *f* y *g*.

MATEMÁTICAS II. 2023. JULIO. EJERCICIO 4

2024

Ejercicio 198.

Considera la función f definida por $f(x) = \dfrac{x^3+2}{x^2-1}$, para $x \neq -1$, $x \neq 1$. Calcula una primitiva de f cuya gráfica pase por el punto $(0, 1)$.

Ejercicio 199.

Halla la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f''(x) = x\cos(x)$ y cuya gráfica pasa por los puntos $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ y $(\pi, 2\pi)$.

Ejercicio 200.

Sean $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ las funciones definidas por $f(x) = -x^2 + 7$ y $g(x) = |x^2 - 1|$.

a) **[1 punto]** Halla los puntos de intersección de las gráficas de *f* y *g*. Realiza un esbozo del recinto acotado y limitado por dichas gráficas.

b) **[1,5 puntos]** Calcula el área de dicho recinto.

Ejercicio 201.

Halla $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \cos(x)\,dx$.

Ejercicio 202.

Halla la función $f:(2,+\infty)\to\mathbb{R}$ que pasa por el punto $(3,-4\ln 5)$ y verifica $f'(x)=\dfrac{3x^2+4x+12}{x^2-4}$, donde $\ln$ denota la función logaritmo neperiano.

Ejercicio 203.

Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función definida por $f(x)=(x^2-3x+5)e^x$. Halla una primitiva de f cuya gráfica pase por el punto $(0,5)$.