TEMA 12 – CÁLCULO DE PRIMITIVAS

12.1 - PRIMITIVA E INTEGRACIÓN INDEFINIDA

PRIMITIVA DE UNA FUNCIÓN f(x): F(x) es una primitiva de f(x) si F'(x) = f(x)

Ejemplos:

función: f(x)	Primitiva: F(x)
$2x$	x^2
sen x	- cos x
e^x	e^x
$1/x$	Ln |x|

Nota: Una función tiene infinitas primitivas

Ejemplo:

función: f(x)	Primitiva: F(x)
$2x$	x^2
$2x$	$x^2 + 1$
$2x$	$x^2 - 7$
.....	.....
$2x$	$x^2 + C$

INTEGRAL INDEFINIDA DE f(x)

Llamamos integral indefinida o simplemente integral de f(x) al conjunto de todas sus primitivas y se denota:

$$\int f(x)dx = F(x) + C \qquad \text{t.q. } F'(x) = f(x)$$

Ejemplos:

[1] $\int 2x\,dx = x^2 + C$

[2] $\int \text{sen } x\,dx = -\cos x + C$

[3] $\int \frac{1}{x}dx = \text{Ln}\,|x| + C$

OPERACIONES CON INTEGRALES (Se cumplen las mismas que en derivadas)

[1] $\int k.f(x)dx = k\int f(x)dx$

[2] $\int (f \pm g)(x)dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$

[3] $\int (f.g)(x)dx \neq \left[\int f(x)dx\right].\left[\int g(x)dx\right]$

[4] $\int \left(\frac{f}{g}\right)(x)dx \neq \frac{\int f(x)dx}{\int g(x)dx}$

REGLAS DE INTEGRACIÓN

FUNCIÓN	INTEGRAL	FUNCIÓN	INTEGRAL
$\int k\,dx$	kx + C		
$\int x^n dx$	$\frac{x^{n+1}}{n+1}+C$	$\int f'(x).f^n(x)\,dx$	$\frac{f^{n+1}(x)}{n+1}+C$
$\int \frac{1}{2\sqrt{x}}\,dx$	$\sqrt{x}+C$	$\int \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}\,dx$	$\sqrt{f(x)}+C$
$\int \frac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}dx$	$\sqrt[n]{x}+C$	$\int \frac{f'(x)}{n\sqrt[n]{f^{n-1}(x)}}dx$	$\sqrt[n]{f(x)}+C$
$\int a^x dx$	$\frac{a^x}{Lna}+C$	$\int f'(x).a^{f(x)}dx$	$\frac{a^{f(x)}}{Lna}+C$
$\int e^x dx$	e^x + C	$\int f'(x).e^{f(x)}dx$	$e^{f(x)}$ + C
$\int \frac{1}{x}\,dx$	Ln |x| + C	$\int \frac{f'(x)}{f(x)}\,dx$	Ln |f(x)| + C
$\int sen\,x\,dx$	- cos x + C	$\int f'(x).sen\,f(x)\,dx$	- cos f(x) + C
$\int cos\,x\,dx$	sen x + C	$\int f'(x).cos\,f(x)\,dx$	sen f(x) + C
$\int \frac{1}{cos^2 x}\,dx =$ $\int [1+tag^2 x]dx$	tag x + C	$\int \frac{f'(x)}{cos^2 f(x)}\,dx =$ $\int f'(x).[1+tag^2 f(x)]dx$	tag f(x) + C
$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$	arcsen x + C	$\int \frac{f'(x)}{\sqrt{1-f^2(x)}}\,dx$	arcsen f(x) + C
$\int \frac{1}{1+x^2}\,dx$	arctag x + C	$\int \frac{f'(x)}{1+f^2(x)}\,dx$	arctag f(x) + C

Ejemplos:

[1] $\int 2\,dx = 2x + C$

[2] $\int x^3\,dx = \frac{x^4}{4}+C$

[3] $\int x\,dx = \frac{x^2}{2}+C$

[4] $\int 2x^5\,dx = 2.\frac{x^6}{6}+C = \frac{x^6}{3}+C$

[5] $\int \sqrt[3]{2x^2}\,dx = \sqrt[3]{2}\,\frac{x^{\frac{2}{3}+1}}{\frac{2}{3}+1}+C = \sqrt[3]{2}\,\frac{x^{5/3}}{\frac{5}{3}}+C = \frac{3}{5}\sqrt[3]{2}\sqrt[3]{x^5}+C = \frac{3x.\sqrt[3]{2x^2}}{5}+C$

[6] $\int \frac{4}{x^3}\,dx = 4\int x^{-3}dx = 4.\frac{x^{-2}}{-2}+C = -\frac{2}{x^2}+C$

[7] $\int 3x^3 - \text{senx} + 2^x \, dx = 3\frac{x^4}{4} + \cos x + \frac{2^x}{\text{Ln}2} + C$

[8] $\int 3\cos x - 5.e^x \, dx =$ -3senx –5e^x + C

[9] $\int \frac{\sqrt{1-x^2}}{1-x^2} dx = \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \text{arcsenx} + C$

[10] $\int \frac{3}{x^2+1} dx =$ 3.arctag x + C

[11] $\int \frac{x}{x^2+1} dx = \frac{1}{2}\int \frac{2x}{x^2+1} dx = \frac{1}{2}\text{Ln}\left|x^2+1\right| + C$

[12] $\int (2x-5).\cos\left(x^2-5x+3\right)dx =$ sen(x^2 – 5x + 3) + C

[13] $\int e^{3x+1} dx = \frac{1}{3}\int 3.e^{3x+1}dx = \frac{1}{3}e^{3x+1} + C$

[14] $\int \frac{x}{\sqrt{1-x^4}} dx = \frac{1}{2}\int \frac{2x}{\sqrt{1-\left(x^2\right)^2}} dx = \frac{1}{2}\text{arcsenx}^2 + C$

[15] $\int \text{tagx}\, dx = \int \frac{\text{senx}}{\cos x} dx = -\text{Ln}\,|\cos x| + C$

[16] $\int \frac{3x}{x^2+2} dx = \frac{3}{2}\int \frac{2x}{x^2+2} dx = \frac{3}{2}\text{Ln}\,|x^2+2| + C$

MÉTODOS DE INTEGRACIÓN

[1] Inmediatas o método de sustitución (Cuando las dos funciones tienen relación, función y derivada) Cambio f(x) = t siendo f(x) la función.

Ejemplo: $\int \text{sen}^4 x.\cos x dx =$

[t = sen x $\Rightarrow$ dt = cos x dx]

$= \int t^4 dt = \frac{t^5}{5} + C = \frac{\text{sen}^5 x}{5} + C$

[2] Integración por partes: Cuando las dos funciones no tienen relación.

D(u.v) = du.v + u dv $\Rightarrow$ udv = d(u.v) – vdu $\Rightarrow \int udv = \int d(u.v) - \int vdu \Rightarrow$

$\int udv = u.v - \int v.du$

Tenemos Necesitamos

u -------Derivamos -----------du

dv -----Integramos ----------- v = $\int dv$

¿Cuál tomamos como u?

a) arcos o logaritmos
b) Polinomios
c) Trigonométrica o exponenciales

Ejemplos:

[1] $\int x.e^{x}dx$

$$\begin{bmatrix} u = x & \Rightarrow du = dx \\ dv = e^{x}dx & \Rightarrow v = \int dv = \int e^{x}dx = e^{x} \end{bmatrix}$$

$x.e^{x} - \int e^{x}dx = x.e^{x} - e^{x} + C = (x-1)e^{x} + C$

[2] $\int Lnxdx$

$$\begin{bmatrix} u = \ln x & \Rightarrow du = \frac{1}{x}dx \\ dv = dx & \Rightarrow v = \int dv = \int dx = x \end{bmatrix}$$

$\ln x.x - \int x.\frac{1}{x}dx = x.\ln x - \int dx = x.\ln x - x + C = x.(\ln x - 1) + C$

[3] $\int e^{x}.\mathrm{sen}xdx$

$$\begin{bmatrix} u = \mathrm{sen}x & \Rightarrow du = \cos xdx \\ dv = e^{x}dx & \Rightarrow v = \int dv = \int e^{x}dx = e^{x} \end{bmatrix}$$

$\mathrm{sen}x.e^{x} - \int e^{x}.\cos xdx$

- $\int e^{x}.\cos xdx$

  $$\begin{bmatrix} u = \cos x & \Rightarrow du = -\mathrm{sen}xdx \\ dv = e^{x}dx & \Rightarrow v = \int dv = \int e^{x}dx = e^{x} \end{bmatrix}$$

  $= \cos x.e^{x} + \int e^{x}\mathrm{sen}xdx$

$$\int e^{x}\mathrm{sen}xdx = \mathrm{sen}x.e^{x} - \cos x.e^{x} - \int e^{x}\mathrm{sen}xdx \quad \Rightarrow 2\int e^{x}\mathrm{sen}xdx = e^{x}(\mathrm{sen}x - \cos x) \quad \Rightarrow$$

$$\int e^{x}\mathrm{sen}xdx = \frac{e^{x}(\mathrm{sen}x - \cos x)}{2} + C$$

INTEGRALES CON RAÍCES

Transformar en sumas

Potencias

Raíces y arcos $\quad \int \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}dx = \sqrt{f(x)} + C \qquad \int \frac{f'(x)}{\sqrt{1-f^{2}(x)}}dx = \mathrm{arcsen}f(x) + C$

Sustitución: Lo de dentro de la raíz = $t^{\text{mcm de los índices de las raices.}}$

$\int \sqrt{a^{2} - b^{2}x^{2}}dx \Rightarrow bx = a\,\mathrm{sen}t$

[1]

$$\int \frac{2+3x^2}{\sqrt{x}}dx = 2\int x^{-\frac{1}{2}}dx + 3\int x^{\frac{3}{2}}dx =$$

$$2.\frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + 3.\frac{x^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} + C = 4\sqrt{x} + \frac{6}{5}\sqrt{x^5} + C = 4\sqrt{x} + \frac{6x^2}{5}\sqrt{x} + C$$

[2] $\int \frac{3x}{\sqrt{x^2+2}}dx = 3\int \frac{2x}{2\sqrt{x^2+2}}dx = 3\sqrt{x^2+2} + C$

[3] $\int \frac{x}{\sqrt{1-x^4}}dx = \int \frac{x}{\sqrt{1-\left(x^2\right)^2}}dx = \frac{1}{2}\int \frac{2x}{\sqrt{1-\left(x^2\right)^2}}dx = \frac{1}{2}\text{arcsen}x^2 + C$

[4] $\int \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}$

[$x = t^2 \Rightarrow dx = 2t\,dt$]

$$\int \frac{2tdt}{(1+t^2)t} = 2\int \frac{1}{1+t^2}dt = 2\text{arctag } t + C = 2.\text{arctag }\sqrt{x} + C$$

[5] $\int \sqrt{4-x^2}dx$

[$x = 2\text{sen}t \Rightarrow dx = 2\cos t dt$]

$$\int \sqrt{4-4\text{sen}^2 t}.2\cos tdt = \int \sqrt{4(1-\text{sen}^2 t)}2\cos t.dt = 4\int \cos^2 tdt \quad \text{(Integral trigonométrica)}$$

[6] $\int \frac{2}{\sqrt{9-x^2}}dx$

Modo 1: Ver que es un arcoseno. Dividir numerador y denominador por 3:

$$\int \frac{2/3}{\sqrt{9-x^2}/3}dx = \int \frac{2/3}{\sqrt{(9-x^2)/9}}dx = \int \frac{2/3}{\sqrt{1-(x/3)^2}}dx = 2\int \frac{1/3}{\sqrt{1-(x/3)^2}}dx = 2\text{arcsen}x/3 + C$$

Modo 2:

[$x = 3\text{sen}t \Rightarrow dx = 3\cos t dt$]

$$\int \frac{2}{\sqrt{9-x^2}}dx = \int \frac{2}{\sqrt{9-(3\text{sen}t)^2}}3\cos tdt = \int \frac{6\cos t}{\sqrt{9(1-\text{sen}^2 t)}}dt = \int \frac{6\cos t}{\sqrt{9\cos^2 t}}dt = \int \frac{6\cos t}{3\cos t}dt = \int 2dt = 2t + C$$

[$x = 3\text{sen}t \Rightarrow \text{sen}t = x/3 \Rightarrow t = \text{arcsen } x/3$]

Sol: 2arcsen x/3 + C

INTEGRALES TRIGONOMÉTRICAS

$$\int \text{sen}^n x.\cos^m x.dx$$

m impar $\Rightarrow$ Cambio sen x = t

n impar $\Rightarrow$ Cambio cos x = t

m y n pares $\Rightarrow$ Cambio tag x = t

[$1 + \text{tag}^2\, x = \dfrac{1}{\cos^2 x} \Rightarrow \cos^2 x = \dfrac{1}{1+t^2}$

$\text{sen}^2\, x = 1 - \cos^2 x = 1 - \dfrac{1}{1+t^2} = \dfrac{t^2}{1+t^2}$

$(1 + \text{tag}^2\, x)\, dx = dt \Rightarrow dx = \dfrac{dt}{1+t^2}$]

Nota: Casos particulares: $\int \text{sen}^2 x dx$ ó $\int \cos^2 x dx$

Recordar las fórmulas trigonométricas

$\text{sen}^2\, x = \dfrac{1-\cos 2x}{2}$ $\qquad\qquad$ $\cos^2 x = \dfrac{1+\cos 2x}{2}$

[1]

$$\int \text{sen}^2 x dx = \int \frac{1-\cos 2x}{2} dx = \int \frac{1}{2} dx - \int \frac{1}{2}\cos 2x dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}\frac{1}{2}\int 2\cos 2x dx =$$

$$\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\text{sen} 2x + C$$

[2] $\int \cos^4 x.\text{sen}^3 x dx =$

[$\cos x = t \Rightarrow -\text{sen } x\, dx = dt \Rightarrow dx = \dfrac{dt}{-\text{senx}}$]

$$\int \cos^4 x.\text{sen}^3 x dx = \int \cos^4 x.\text{sen}^3 x.\frac{dt}{-\text{senx}} = -\int t^4.\text{sen}^2 x.dx = -\int t^4 (1-\cos^2 x)dx =$$

$$-\int t^4(1-t^2)dt = \int -t^4 + t^6 dt = -\frac{t^5}{5} + \frac{t^7}{7} + C = -\frac{\cos^5 x}{5} + \frac{\cos^7 x}{7} + C$$

[3] $\int \cos^5 x dx =$

[$\text{senx} = t \Rightarrow \cos x..dx = dt \Rightarrow dx = \dfrac{dt}{\cos x}$]

$$\int \cos^5 x dx = \int \cos^5 x.\frac{dt}{\cos x} = \int \cos^4 x dx = \int (\cos^2 x)^2 dx = \int \left(1-\text{sen}^2 x\right)^2 dx = \int (1-t^2)^2 dt =$$

$$\int (1 \quad 2t^2 + t^4)dt = t \quad 2\frac{t^3}{3} + \frac{t^5}{5} + C = \text{senx} \quad \frac{2.\text{sen}^3 x}{3} + \frac{\text{sen}^5 x}{5} + C$$

[4] $\int \text{sen}^2 x.\cos^2 x dx$

[$\text{tag } x = t \Rightarrow \cos^2 x = \dfrac{1}{1+t^2}$, $\text{sen}^2 x = \dfrac{t^2}{1+t^2}$, $dx = \dfrac{dt}{1+t^2}$]

$$\int \frac{t^2}{1+t^2}.\frac{1}{1+t^2}.\frac{dt}{1+t^2} = \int \frac{t^2}{(1+t^2)^3} dt \qquad \text{(Integral racional)}$$

INTEGRALES RACIONALES $\int \frac{P(x)}{Q(x)}dx$

Caso I: Grado de P(x) ≥ Grado Q(x) ⇒ Hacer la división ⇒ $\int C(x) + \frac{R(x)}{Q(x)}dx$

Y grado de R(x) < grado Q(x)

Caso II: Grado de P(x) < Grado Q(x) ⇒ Factorizar el denominador: Q(x)

<u>Caso II.1</u> : *Todas las raíces de Q(x) son reales y simples*: Q(x) = (x-a).(x-b).(x-c)

$$\int \frac{P(x)}{Q(x)}dx = \int\left(\frac{A}{x-a} + \frac{B}{x-b} + \frac{C}{x-c}\right)dx$$

Los números A, B y C se hallan reduciendo a común denominador e igualando los numeradores.
Modo 1: Igualando los coeficientes del mismo grado.
Modo 2: Dando valores a la "x" (a,b,c) y resolviendo el sistema.

Solución: Logaritmos

<u>Caso II.2</u> : *Todas las raíces de Q(x) son reales, pero alguna no simple*:Q(x)=(x-a).$(x-b)^3$

$$\int \frac{P(x)}{Q(x)}dx = \int\left(\frac{A}{x-a} + \frac{B}{x-b} + \frac{C}{(x-b)^2} + \frac{D}{(x-b)^3}\right)dx$$

Los números A, B y C se hallan reduciendo a común denominador e igualando los numeradores.
Modo 1: Igualando los coeficientes del mismo grado.
Modo 2: Dando valores a la "x" (a,b,cualquier otro) y resolviendo el sistema.

Solución: Logaritmos y Potencias

<u>Caso II.3</u> : *Alguna raíz de Q(x) no real*: Q(x) = (x-a).(x^2+1)

$$\int \frac{P(x)}{Q(x)}dx = \int\left(\frac{A}{x-a} + \frac{Bx+C}{x^2+1}\right)dx$$ (En el numerador un polinomio de un grado menos que en el denominador)

Los números A, B y C se hallan reduciendo a común denominador e igualando los numeradores.
Modo 1: Igualando los coeficientes del mismo grado.
Modo 2: Dando valores a la "x" (a, cualquier otro) y resolviendo el sistema.

Solución: Logaritmos y arcotangentes.

Ejemplos:

[1]

$$\int \frac{3x^2-7x+4}{2x-3}dx = \int \frac{3}{2}x - \frac{5}{4} + \frac{\frac{1}{4}}{2x-3}dx = \frac{3}{2}\frac{x^2}{2} - \frac{5}{4}x + \frac{1}{4}.\frac{1}{2}\int \frac{2}{2x-3}dx =$$

$$\frac{3x^2}{4} - \frac{5}{4}x + \frac{1}{8}\ln|2x-3| + C$$

[2] $\displaystyle\int \frac{x^3+4x^2-10x+7}{x^3-7x-6}dx = \int 1 + \frac{4x^2-3x+13}{x^3-7x-6}\ dx = x + \int \frac{4x^2-3x+13}{x^3-7x-6}dx$

Factorizamos el denominador: $x^3 - 7x - 6 = (x+1).(x-3).(x+2)$

$$\frac{4x^2-3x+13}{x^3-7x-6} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-3} + \frac{C}{x+2} =$$

$$\frac{A(x-3).(x+2) + B(x+1).(x+2) + C(x+1).(x-3)}{x^3-7x-6}$$

$4x^2 - 3x + 13 = A(x-3).(x+2) + B(x+1).(x+2) + C(x+1).(x-3)$

Modo 1: igualando coeficientes

$4x^2 - 3x + 13 = A(x^2 - x - 6) + B(x^2 + 3x + 2) + C(x^2 - 2x - 3)$

$4 = A + B + C$
$-3 = -A + 3B - 2C \quad \Rightarrow$ Resolviendo el sistema (Gauss) $\Rightarrow A = \quad ; B = \quad ; C =$
$13 = -6A + 2B - 3C$

Modo 2: dado valores a "x"
$4x^2 - 3x + 13 = A(x-3).(x+2) + B(x+1).(x+2) + C(x+1).(x-3)$

$x = 3 \quad \Rightarrow 36 - 9 + 13 = B.4.5 \Rightarrow B = 40/20 = 2$
$x = -2 \quad \Rightarrow 16 + 6 + 13 = C.(-1).(-5) \Rightarrow C = 35/5 = 7$
$x = -1 \quad \Rightarrow 4 + 3 + 13 = A(-4).1 \Rightarrow A = 20/-4 = -5$

$$x + \int \frac{4x^2-3x+13}{x^3-7x-6}dx = x +$$

$$\int \frac{-5}{x+1} + \frac{2}{x-3} + \frac{7}{x+2}dx = x - 5Ln|x+1| + 2.Ln|x-3| + 7.Ln|x+2| + C$$

[3] $\int \frac{6x^5 - 7x^4 - 5x^3 + x^2 - 5x + 2}{x^6 - 2x^5 + 2x^3 - x^2} dx$

$Q(x) = x^2.(x-1)^3.(x+1)$

$= \int \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x-1} + \frac{D}{(x-1)^2} + \frac{E}{(x-1)^3} + \frac{F}{x+1} dx$

Operando obtenemos : A = 1, B = -2, C = 5, D = 2, E = -4, F = 0

$$\int \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2} + \frac{5}{x-1} + \frac{2}{(x-1)^2} - \frac{4}{(x-1)^3} dx =$$

$$\int \frac{1}{x} dx - 2\int x^{-2} dx + 5\int \frac{1}{x-1} dx + 2\int (x-1)^{-2} dx - 4\int (x-1)^{-3} dx =$$

$$= \text{Ln } |x| - 2 \ \frac{x^{-1}}{-1} + 5\ln|x-1| + 2.\frac{(x-1)^{-1}}{-1} - 4\frac{(x-1)^{-2}}{-2} + C =$$

$$= \text{Ln}|x| \ + \frac{2}{x} + 5.\ln|x-1| - \frac{2}{x-1} + \frac{2}{(x-1)^2} + C$$

[4] $\int \frac{2x+3}{x^2+1} dx = \int \frac{2x}{x^2+1} dx + \int \frac{3}{x^2+1} dx = \text{Ln } |x^2+1| + 3\text{arctag}x + C$

[5] $\int \frac{2x+3}{x^2+x+1} dx = \int \frac{2x+1+2}{x^2+x+1} dx = \int \frac{2x+1}{x^2+x+1} dx + 2\int \frac{1}{x^2+x+1} dx = \text{Ln}|x^2 + x + 1| +$

$$2.\int \frac{1}{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}} dx = \text{Ln } |x^2+x+1| + 2.\frac{1}{\frac{3}{4}}\int \frac{1}{\frac{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2}{\frac{3}{4}} + \frac{\frac{3}{4}}{\frac{3}{4}}} dx = \text{Ln}|x^2 + x + 1| +$$

$$\frac{8}{3}\int \frac{1}{\left(\frac{2x+1}{\sqrt{3}}\right)^2 + 1} dx = \text{Ln } |x^2+x+1| + \frac{8}{3}\frac{\sqrt{3}}{2}\int \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{\left(\frac{2x+1}{\sqrt{3}}\right)^2 + 1} dx =$$

$$\text{Ln}|x^2 + x + 1| + \frac{4\sqrt{3}}{3}\text{arctag}\left(\frac{2x+1}{\sqrt{3}}\right) + C$$

[6] $\int \frac{3x-1}{x^2+x+1} dx = \frac{3}{2}\int \frac{\frac{2}{3}(3x-1)}{x^2+x+1} dx = \frac{3}{2}\int \frac{2x - 2/3}{x^2+x+1} dx = \frac{3}{2}\int \frac{2x+1-1-2/3}{x^2+x+1} dx =$

$$\frac{3}{2}\int \frac{2x+1}{x^2+x+1} dx - \frac{3}{2}.\frac{5}{3}\int \frac{1}{x^2+x+1} dx = \frac{3}{2}\text{Ln}\left|x^2+x+1\right| - \frac{5}{2}\int \frac{1}{x^2+x+1} dx =$$

$$\frac{3}{2}\text{Ln}\left|x^2+x+1\right| - \frac{5}{2}\frac{2\sqrt{3}}{3}\text{arctag}\left(\frac{2x+1}{\sqrt{3}}\right) + C = \frac{3}{2}\text{Ln}\left|x^2+x+1\right| - \frac{5\sqrt{3}}{3}\text{arctag}\left(\frac{2x+1}{\sqrt{3}}\right) + C$$