



Instrucciones:

- a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**
- b) Todas las cuestiones deben responderse en el papel entregado para la realización del examen y nunca en los folios que contienen los enunciados.
- c) Este examen consta de siete ejercicios distribuidos en un bloque con un ejercicio obligatorio y tres bloques con dos ejercicios optativos cada uno.
- d) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2,5 puntos.
- e) Deberá resolver el ejercicio obligatorio y solamente un ejercicio de cada uno de los tres bloques con optatividad.
- f) **En caso de responder a dos ejercicios de un bloque, sólo se corregirá el que aparezca físicamente en primer lugar.**
- g) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- h) Se proporcionará la tabla de la distribución Normal. Se permite el uso de regla.
- i) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

BLOQUE OBLIGATORIO. Resuelve el siguiente ejercicio:

EJERCICIO 1. (2,5 puntos)

Halla dos números mayores o iguales que 0, cuya suma sea 1, y el producto de uno de ellos por la raíz cuadrada del otro sea máximo.

BLOQUE CON OPTATIVIDAD 1. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 2. (2,5 puntos)

Considera el plano π , determinado por los puntos $A(-1, 0, 0)$, $B(0, 1, 1)$ y $C(2, 1, 0)$, y la recta

$$r \equiv \begin{cases} x - 2z - 3 = 0 \\ y - z - 2 = 0 \end{cases}$$

Halla los puntos de r cuya distancia a π es $\sqrt{14}$ unidades.

EJERCICIO 3. (2,5 puntos)

Considera el paralelogramo cuyos vértices consecutivos son los puntos $P(-1, 2, 3)$, $Q(-2, 1, 0)$, $R(0, 5, 1)$ y S .

- a) **[1 punto]** Halla las coordenadas del punto S .
- b) **[1,5 puntos]** Calcula la ecuación de la recta que pasa por el origen de coordenadas y es perpendicular al plano que contiene a los puntos P , Q y R .



BLOQUE CON OPTATIVIDAD 2. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 4. (2,5 puntos)

Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & a & -b \\ 0 & 0 & b \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

- a) **[0,75 puntos]** Calcula A^{10} .
- b) **[1,75 puntos]** Calcula, si es posible, la matriz inversa de $I + A + A^2$, donde I denota la matriz identidad.

EJERCICIO 5. (2,5 puntos)

Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, se define la matriz $M = A + (\lambda - 1)B$.

- a) **[1,5 puntos]** Halla los valores de λ para los que la matriz M tiene rango menor que 3.
- b) **[1 punto]** Para $\lambda = -1$, resuelve el sistema lineal homogéneo cuya matriz de coeficientes es M .

BLOQUE CON OPTATIVIDAD 3. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 6. (2,5 puntos)

Sabiendo que $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $F(x) = e^{x^2}$ es una primitiva de f :

- a) **[1,25 puntos]** Comprueba que f es creciente.
- b) **[1,25 puntos]** Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de la función f , el eje de abscisas y la recta $x = 1$.

EJERCICIO 7. (2,5 puntos)

Estudios realizados en un cierto país demuestran que el consumo de gasolina en autos compactos está normalmente distribuido, con una media de 6 litros por cada 100 km y una desviación estándar de 1,2 litros por cada 100 km.

- a) **[1 punto]** Calcula el porcentaje de autos compactos que gasta 7 o más litros cada 100 km.
- b) **[1,5 puntos]** Calcula el número máximo de litros por cada 100 km que debe consumir un auto compacto si el fabricante quiere que supere en economía de combustible al 95 % de los que hay actualmente en el mercado.

Nota: trabaja con cuatro cifras decimales.