RESOLUCIÓN → TEMA 3 : ÁLGEBRA 2023/24

①

M.C.M (x^2-1)

a) $\dfrac{2x^3-x^2-2x+25}{x^2-1}=2 \Rightarrow \dfrac{2x^3-x^2-2x+25}{x^2-1}=\dfrac{2x(x^2-1)}{x^2-1} \overset{(1)}{\Rightarrow} 2x^3-x^2-2x+25=2x^3-2x \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{-x^2+25=0}$ → EC. 2° GRADO

→ $x^2=-25 \Rightarrow x=\sqrt{25} \Rightarrow \boxed{x=\pm 5}$

(1) Multiplicamos por el m.c.m para eliminarlo del denominador

b) $(2x^2+x-3)\log 5=2\log\frac{1}{5} \overset{(1)(2)}{\Rightarrow} \cancel{\log}(5^{2x^2+x-3})=\cancel{\log} 5^{-2} \overset{(3)}{\Rightarrow} 2x^2+x-3=-2 \Rightarrow \boxed{2x^2+x-1=0}$

→ $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{(1)^2-4(2)(-1)}}{4}=\dfrac{-1\pm\sqrt{9}}{4}=\dfrac{-1\pm 3}{4}=$

$\boxed{=\begin{cases} \to x_1=\frac{1}{2} \\ \to x_2=-1 \end{cases}}$

(1) Aplicamos la propiedad: $\log A^n=n\cdot\log A$

(2) $\frac{1}{5}=5^{-1}$

(3) Eliminamos logaritmos.

e) $\sqrt{2x+1}+\sqrt{x}=x+1 \overset{(1)}{\Rightarrow} (\sqrt{2x+1})^2 \overset{(2)}{=} (x+1)^2-(\sqrt{x})^2$

$\Rightarrow 2x+1 = x^2+2x+1-x \Rightarrow -x^2+x=0$

$\Rightarrow x(x-1)=0$ $\longrightarrow x-1=0 \Rightarrow \boxed{x=1}$

$\hookrightarrow \boxed{x=0}$

---

(1) Dejamos una raíz sola y después elevamos a 2 para quitarnos la raíz
(2) Identidad de notable: $(a+b)^2 = a+2ab+b$

---

d) $\dfrac{\sqrt{3^x}}{\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1}} \cdot 9^{1-x} = 243 \overset{(1)}{\Rightarrow} \dfrac{3^{x/2}}{(3^{-1})^{x+1}} \cdot (3^2)^{1-x} = 3^5 \Rightarrow$

$\Rightarrow \dfrac{3^{x/2}}{3^{-x-1}} \cdot 3^{2-2x} = 3^5 \Rightarrow 3^{(\frac{x}{2}+x+1)} \cdot 3^{2-2x} = 3^5 \Rightarrow$

$\overset{(2)}{\Rightarrow} \dfrac{x}{2}+x+1+2-2x=5 \Rightarrow \dfrac{-x}{2}=2 \Rightarrow \boxed{x=-4}$

---

(1) Ponemos todo en base 3
(2) Eliminamos la base

2

$$\begin{cases} \sqrt{x^2+5} = y+2 & (2) \\ \log 5x - \log y = 1 \Rightarrow \log \dfrac{5x}{y} = \log 10 \Rightarrow \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{5x}{y} = 10 \Rightarrow 5x = 10y \Rightarrow x = 2y \quad (1)$$

$\rightarrow$ Sustituimos (1) en (2)

$$\sqrt{(2y)^2+5} = y+2 = 4y^2+5 = y^2+4y+4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{3y^2 - 4y + 1 = 0}$$

$$\rightarrow y = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(3)(1)}}{6} = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{6} = \frac{4 \pm 2}{6} =$$

$$= \begin{cases} \rightarrow y_1 = 1 \\ \rightarrow y_2 = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3} \end{cases}$$

Soluciones:

$$\boxed{\begin{array}{l} y_1 = 1 \; ; \; x_1 = 2 \\ y_2 = \frac{1}{3} \; ; \; x_2 = \frac{1}{3} \end{array}}$$

③

DATOS

Precio Adidas → x
Precio McK → y
Precio Fila → z

$$(2x)0'8 + y + z = 83$$
$$4y = 3z \rightarrow y = \frac{3z}{4}$$
$$x + y + z = 65$$

OPERACIÓN

$$\Rightarrow \begin{cases} 1'6x + \frac{3z}{4} + z = 83 \\ x + \frac{3z}{4} + z = 65 \end{cases} \Rightarrow - \begin{cases} 6'4x + 7z = 332 \\ 4x + 7z = 260 \end{cases}$$
$$2'4x = 72$$
$$\Rightarrow x = \frac{72}{2'4} = 30$$

$$\boxed{\begin{array}{l} x = 30 \\ y = 15 \\ z = 20 \end{array}}$$

SOLUCIÓN: La camiseta de Adidas cuesta 30 €, la de Fila 20€ y la de McKenzi 15€

④

a) $x^4 - x^2 \leq 0$

$\Rightarrow x^4 - x^2 = 0 \overset{(1)}{\Rightarrow} x^2(x^2-1) = 0$

$\hookrightarrow \boxed{x = 0}$

$\hookrightarrow x^2 - 1 = 0 \Rightarrow \boxed{x = \pm 1}$

× | ✓ | ✓ | ×

−1 0 1

$\longrightarrow$ Solución: $[-1,1)$

| (1) Sacamos factor común |

b) $\dfrac{x+3}{x^2-x} > 0$

Raíces:

A) Numerador: $x = -3$

B) Denominador: $x^2 - x = 0 \Rightarrow x(x-1) = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x = 0 \; ; x = 1$

SIGNO	(-∞,-3)	(-3,0)	(0,1)	(1,+∞)
x+3	−	+	+	+
$x^2 - x$	+	+	−	+
	−	+	−	+

× | ✓ | × | ✓

−3 0 1

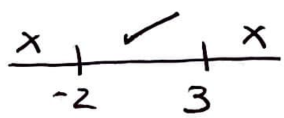
$\longrightarrow$ Solución: $(-3,0) \cup (1,+\infty)$

(5)

a) $\begin{cases} x^2 - x - 6 \leq 0 \; ; \; x \in [-2,3] \\ \dfrac{x+1}{2} - 3x \leq x - 3 \Rightarrow \dfrac{x+1}{2} - 4x + 3 \leq 0 \end{cases}$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(1)(-6)}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2} =$$

$$= \begin{cases} \Rightarrow \boxed{x_1 = 3} \\ \Rightarrow \boxed{x_2 = -2} \end{cases}$$



$$\Rightarrow \frac{x+1}{2} - 4x + 3 \leq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x + 1 - 8x + 6 \leq 0 \Rightarrow -7x + 7 \leq 0$$

$$\Rightarrow -7x \leq -7 \quad \Rightarrow \boxed{x \geq 1}$$

Solución: $[1, 3)$

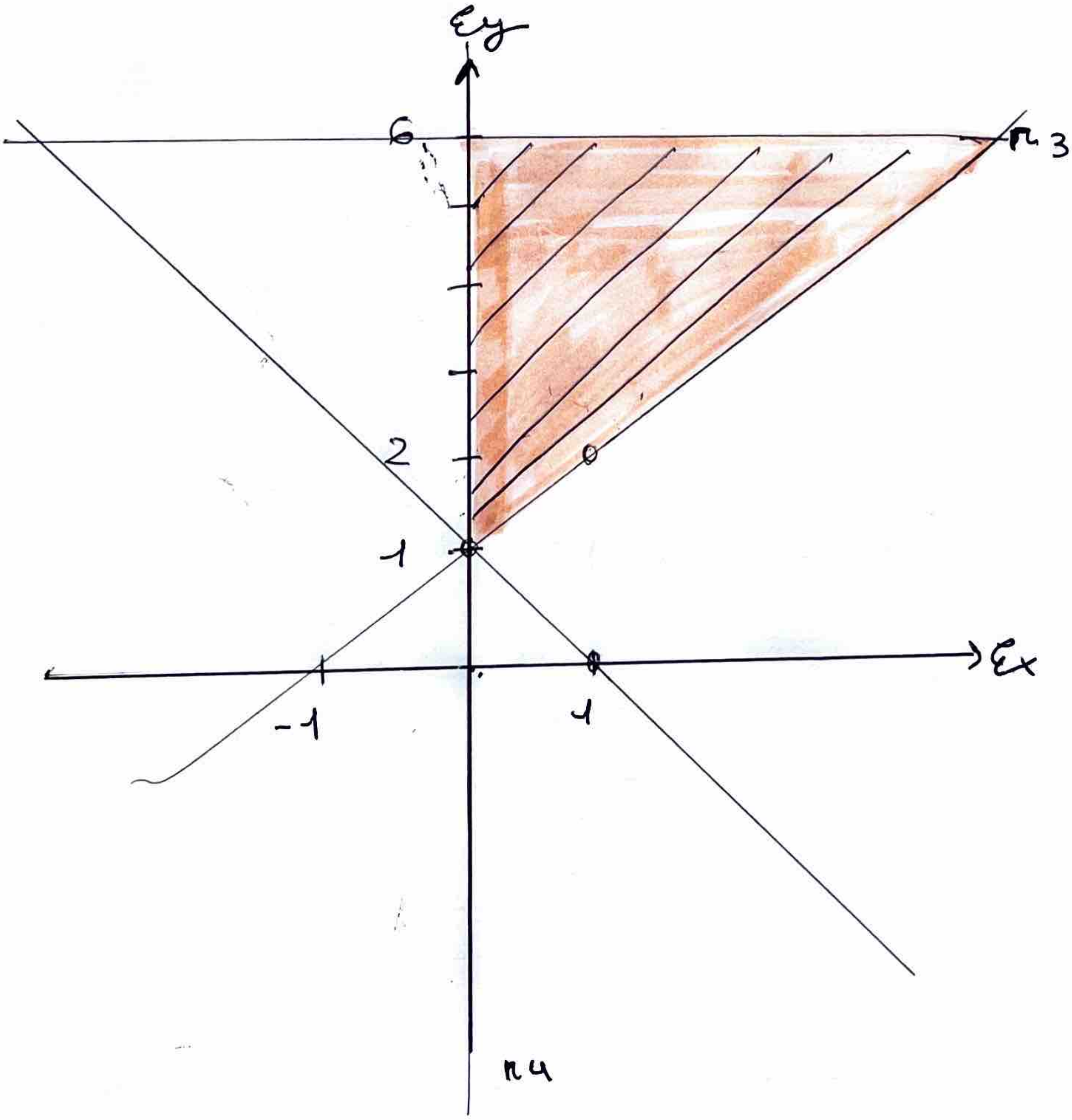
b) $\begin{cases} y - x > 1 \Rightarrow & y > 1 + x \quad r_1 \\ y + x > 1 \Rightarrow & y > 1 - x \quad r_2 \\ y \leq 6 \quad r_3 \\ x \geq 0 \quad r_4 \end{cases}$

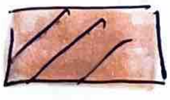
$r_1 : y = 1 + x$

x	y
0	1
1	2

$r_2 : y = 1 - x$

x	y
0	1
1	0



 → Solución