

EXAMEN TEMA 1 2025/2026

① a) Para todo número real x , existe un número real y tal que y divide a x .

↳ VERDADERO. En los reales, cualquier número x tiene al menos un divisor real. Ejemplo:

• Si $x = \pi \wedge y = 1 \Rightarrow \frac{\pi}{1} = \pi \checkmark$

• Si $x = 0 \wedge y = 1 \Rightarrow \frac{0}{1} = 0 \checkmark$

b) Si p y q son números enteros tal que su máximo común divisor es 1, entonces p es igual a q .

↳ FALSO. Que el mcd sea 1 significa que son primos entre sí, no que sean iguales.

② $9^{-1/2} = \frac{1}{\sqrt{9}} = \frac{1}{3}$ Racional (\mathbb{Q})

$\frac{\pi}{2\pi} = \frac{1}{2}$ Racional (\mathbb{Q})

$\ln(\sqrt[7]{e^{343}}) = 49$ Natural (\mathbb{N})

0 Entero (\mathbb{Z})

$\frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$ Irracional (\mathbb{I})

$\log(0.001) = -3$ Entero (\mathbb{Z})

3)

a) Formas: $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq e\}$

b) Intervalo: $(0, 1]$

c) Intervalo: $(0, \sqrt{2})$

d) Intervalo: $(-\infty, -3) \cup (5, +\infty)$

4)

a)
$$\frac{\sqrt{3} - 2\sqrt{3}}{3} + \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{-\sqrt{3}}{3} + \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{-\sqrt{3}}{3} + \frac{1 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} =$$
$$= \frac{-\sqrt{3} + \sqrt{3}}{3} = \frac{0}{3} = 0$$

b)
$$\frac{\sqrt[3]{3} - 2}{\sqrt[3]{2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{3} + 2}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[3]{9} - 4}{\sqrt[3]{4}} \cdot \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[3]{18} - 4\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{8}} =$$
$$= \frac{\sqrt[3]{18} - 4\sqrt[3]{2}}{2}$$

c)
$$\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7} + 2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7} + 2\sqrt{3}} \cdot \frac{(\sqrt{7} - 2\sqrt{3})}{(\sqrt{7} - 2\sqrt{3})} = \frac{7 - 2\sqrt{21}}{-5} = \frac{2\sqrt{21} - 7}{5}$$

5)

DATOS

$\log(A) = 0,3$

$\log_3(B) = 2,2$

$\ln(C) = 0,01$

Operaciones

sea:

$\log_3(81B^3) + \log\left(\frac{1}{10A}\right) - \ln(\sqrt[4]{e \cdot C}) =$

$= \log_3(3^4) + 3\log_3(B) + \log(1) - (\log(10) + \log(A)) - \frac{1}{4} \cdot (\ln(e) + \ln(C)) =$

$= 4 + 3 \cdot 2,2 - 1 - 0,3 - \frac{1}{4} \cdot (1 + 0,01) = 9,0475$

$$\textcircled{6} \quad \text{a) } \log(x^3) - \log(x^2) = 1$$

$$\log\left(\frac{x^3}{x^2}\right) = 1$$

$$\log(x) = 1$$

$$x = 10^1$$

$$\boxed{x = 10}$$

$$\text{b) } \log_2 x + \log_2(x-3) = 4$$

$$\log_2(x \cdot (x-3)) = 4$$

$$x \cdot (x-3) = 2^4$$

$$x^2 - 3x = 16$$

$$x^2 - 3x - 16 = 0$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 64}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{73}}{2} \Rightarrow \boxed{x = \frac{3 \pm \sqrt{73}}{2}}$$

$$\text{c) } \log_x(343) - \log_x 49 + \log_x \frac{1}{7} = 2$$

$$\log_x\left(\frac{343}{49} \cdot \frac{1}{7}\right) = 2$$

$$\log_x\left(\frac{343}{343}\right) = 2$$

$$\log_x(1) = 2$$

$$x^2 = 1$$

$$\boxed{x = \pm 1}$$