

EXAMEN TEMA 8 2023/2024

- ① a) FALSO. Una función asigna a cada elemento A un elemento B. Dada la función:

$$f(x) = x^2$$

$x = 2$ de A le corresponde el 4 en B pero al revés, al valor 4 de B le corresponden dos valores en A (-2, 2)

- b) VERDADERO.

Si g es la inversa de f , entonces:

$$\text{Dom}(f) = \text{Rec}(g)$$

$$\text{Dom}(g) = \text{Rec}(f)$$

$$\text{Dom}(g) = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty) = \text{Rec}(f)$$

- c) FALSO. El recorrido de la función $f(x) = -\tan x$ es \mathbb{R}

- d) FALSO.

$$g(x) = \frac{f(x)}{\cos(x)} = \frac{\sin(x)}{\cos(x)} = \text{tg}(x)$$

$$f(x) = \text{sen}(x)$$

$$(g \circ f)(x) = \text{tg}(\text{sen}(x)) \Rightarrow \text{Dom}(g \circ f) = \mathbb{R}$$

- ② a) $f(x) = \sqrt{9-x^2} \Rightarrow \text{Dom}(f) = [-3, 3]$

$$9-x^2 \geq 0$$

$$9-x^2 = 0$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$

$$b) g(x) = \log \left[\frac{\text{sen}(x)}{\sqrt{x-1}} \right] \Rightarrow \text{Dom}(g) = (1, +\infty) \cup (2k\pi, 2k\pi + \pi), k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{\text{sen } x}{\sqrt{x-1}} > 0$$

$$\text{sen}(x) > 0$$

$$\sqrt{x-1} > 0$$

$$x \in (2k\pi, 2k\pi + \pi), k \in \mathbb{Z}$$

$$x > 1$$

$$c) h(x) = \frac{\sqrt{-\log(x)}}{x^3 + x^2} \Rightarrow \text{Dom}(h) = (0, 1]$$

$$x^3 + x^2 = x^2(x+1) = 0 \begin{cases} x=0 \\ x=-1 \end{cases}$$

$$\sqrt{-\log(x)} \geq 0$$

$$-\log(x) \geq 0$$

$$\log(x) \leq 0$$

$$x \in (0, 1]$$

$$③ a) f(x) = \frac{1}{3-x}$$

$$y = \frac{1}{3-x}$$

$$3-x = \frac{1}{y} \Rightarrow f^{-1}(y) = 3 - \frac{1}{y}$$

$$x = 3 - \frac{1}{y}$$

Verificación:

$$f(f^{-1}(x)) = \frac{1}{3 - 3 - \frac{1}{x}} = x$$

$$h(x) = \sqrt{x^2 + 1}$$

$$y = \sqrt{x^2 + 1}$$

$$y^2 = x^2 + 1$$

$$x = \sqrt{y^2 - 1}$$

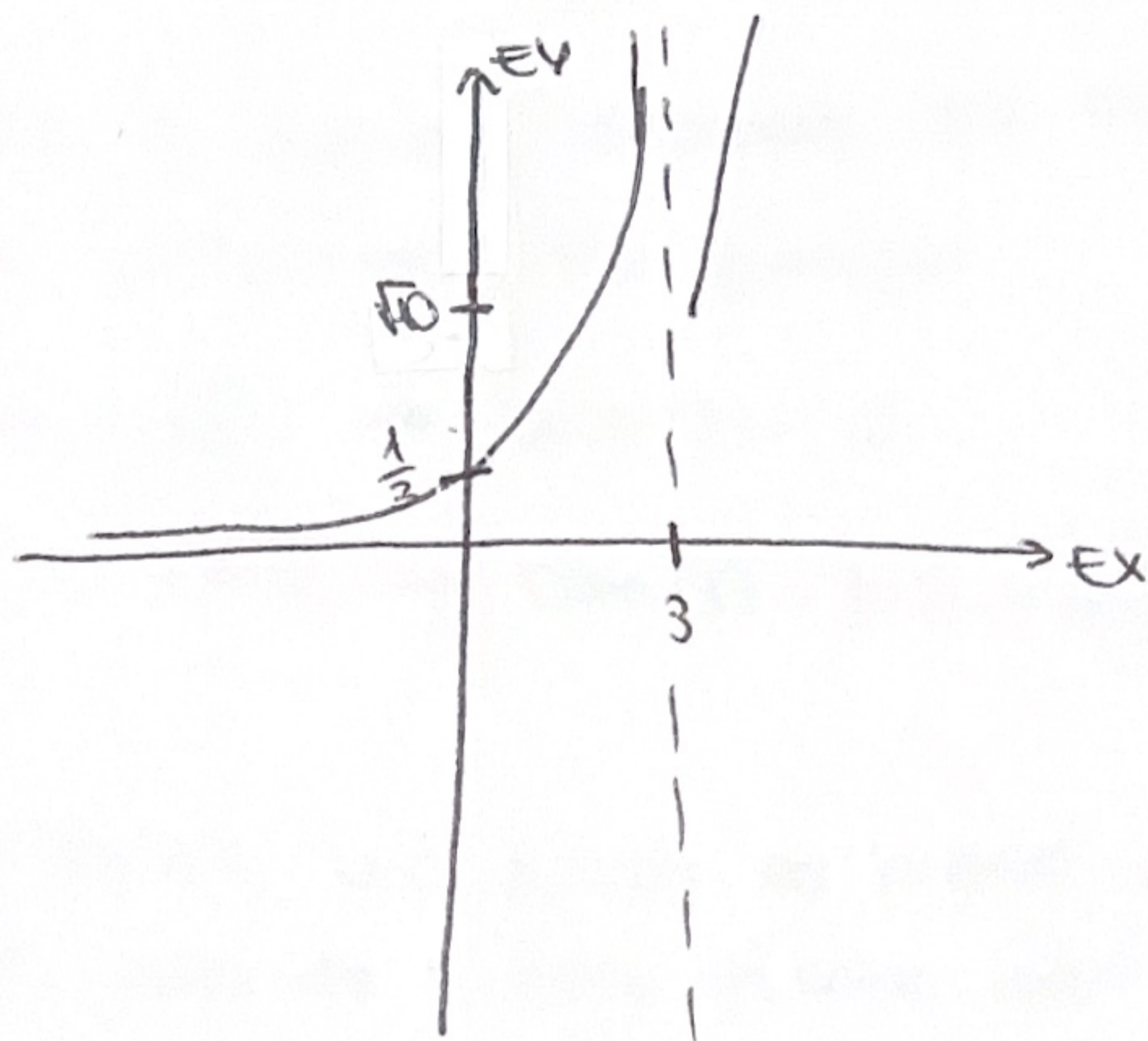
$$\Rightarrow h^{-1}(x) = \sqrt{x^2 - 1}$$

Verificación:

$$h(h^{-1}(x)) = \sqrt{(\sqrt{x^2 - 1})^2 + 1} = \sqrt{x^2} = x$$

b) Sea $j(x) = \begin{cases} \frac{1}{3-x} & \text{si } x < 3 \\ \sqrt{x^2+1} & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$

$j(3) = \sqrt{10}$
 $\hookrightarrow (3, \sqrt{10})$



Puntos de corte:

Eje x

Tramo 1: $\frac{1}{3-x} = 0$
 NO corta

Tramo 2: NO corta

Eje y

Tramo 1:

$j(0) = \frac{1}{3-0} = \frac{1}{3}$

$(0, \frac{1}{3})$

Tramo 2: NO corta

c) $Yimi(x) = \frac{\sqrt{x^2+1} + 3}{8-x^2}$

$f(h(x)) = \frac{1}{3 - \sqrt{x^2+1}}$

Racionalizando:

$Yimi(x) = \frac{1}{3 - \sqrt{x^2+1}} \cdot \frac{3 + \sqrt{x^2+1}}{3 + \sqrt{x^2+1}} = \frac{\sqrt{x^2+1} + 3}{8-x^2}$

④

Sea la función $P(t) = 1 + 2e^t$

a) $t=0$

$f(0) = 1 + 2e^0 = 1 + 2 = 3 \Rightarrow 3000$ insectos

b) $t=1$

$f(1) = 1 + 2e^1 \approx 6.436 \Rightarrow 6436$ insectos

c) $10000 \div 1000 = 10$

$f(t) = 10$

$1 + 2e^t = 10$

$2e^t = 9$

$e^t = \frac{9}{2}$

$t = \ln\left(\frac{9}{2}\right)$

$t \approx 1.501$

Solución:
 Aproximada-
 mente en
 1'5 meses