

## El conjunto de los números reales

| Conjuntos numéricos                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                    |                                                                |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|
| El conjunto de los <b>números naturales</b> : $\mathbb{N}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$                                                                                                                                                                         |                                                                |
| El conjunto de los <b>números enteros</b> : $\mathbb{Z}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | $\mathbb{Z} = \{\dots -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$                                                                                                                                                      |                                                                |
| El conjunto de los <b>números racionales</b> : $\mathbb{Q}$ (fracciones)                                                                                                                                                                                                                                                                                               | $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} : p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{N} \text{ con } q \neq 0 \right\}$                                                                                                             |                                                                |
| <b>Propiedad:</b> todo número racional es entero, decimal exacto o decimal periódico (puro o mixto).<br><b>Importante:</b> debes recordar de cursos anteriores cómo se expresa un decimal exacto, periódico puro o periódico mixto en forma de fracción. Por ejemplo:<br>$1,65 = \frac{165-1}{99} = \frac{164}{99}$ ; $5,639 = \frac{5639-56}{990} = \frac{5583}{990}$ | $\frac{10}{-5} = -2$ (entero); $\frac{13}{8} = 1,625$ (decimal exacto);<br>$\frac{-14}{9} = 1,555\dots = 1,\hat{5}$ (decimal periódico puro);<br>$\frac{19}{12} = 1,58333\dots = 1,5833$ (decimal periódico mixto) |                                                                |
| El conjunto de los <b>números irracionales</b> : $\mathbb{I}$ . Está formado por todos aquellos números reales que no son racionales. Tienen infinitas cifras decimales, pero no forman período.                                                                                                                                                                       | $1,23456789101112131415161718192021\dots$<br>$\sqrt{2} = 1,4142136\dots$<br>$\pi = 3,141592654\dots$                                                                                                               |                                                                |
| <b>Representación de los números reales:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                    |                                                                |
| <div><math>\mathbb{R}</math><br/></div>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                    |                                                                |
| Intervalos y semirrectas                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                    |                                                                |
| <b>Intervalo abierto:</b> $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | Números que están comprendidos entre $a$ y $b$ .                                                                                                                                                                   |                                                                |
| <b>Intervalo cerrado:</b> $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$                                                                                                                                                                                                                                                                                            | Números que están comprendidos entre $a$ y $b$ , incluidos estos.                                                                                                                                                  |                                                                |
| <b>Intervalos semiabiertos</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | $(a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a < x \leq b\}$                                                                                                                                                                     | Números mayores que $a$ y menores o iguales que $b$ .          |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | $[a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x < b\}$                                                                                                                                                                     | Números mayores o iguales que $a$ o menores que $b$ .          |
| <b>Semirrectas</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | $(-\infty, a) = \{x \in \mathbb{R} : x < a\}$                                                                                                                                                                      | Números menores que $a$ .                                      |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | $(-\infty, a] = \{x \in \mathbb{R} : x \leq a\}$                                                                                                                                                                   | Números menores o iguales que $a$ (se incluye al propio $a$ ). |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | $(a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} : x > a\}$                                                                                                                                                                      | Números mayores que $a$ .                                      |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | $[a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} : x \geq a\}$                                                                                                                                                                   | Números mayores o iguales que $a$ (se incluye el propio $a$ ). |

## Propiedades de las potencias. Igualdades notables

| Propiedades de las potencias                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Producto de potencias de la misma base</b> es igual a la base elevada a la suma de los exponentes:</p> $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$                                                                                                                                                              | $(2x^3y^2) \cdot (-3x^2z^3) \cdot (-4yz^2) = 24x^3x^2y^2yz^3z^2 = 24x^5y^3z^5$                                                                                                                                                                                              |
| <p><b>Cociente de potencias de la misma base</b> es igual a la base elevada a la diferencia de los exponentes:</p> $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$                                                                                                                                                      | $\frac{12a^3x^5}{28ax^3} = \frac{12}{28} \cdot \frac{a^3}{a} \cdot \frac{x^5}{x^3} = \frac{3}{7}a^2x^2$                                                                                                                                                                     |
| <p><b>Potencia de un producto</b> es igual al producto de las potencias:</p> $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$                                                                                                                                                                                        | $\begin{aligned} \checkmark (-2xyzp)^3 &= (-2)^3 x^3y^3z^3p^3 = -8x^3y^3z^3p^3 \\ \checkmark 3^6 \cdot (-2)^6 \cdot 7^6 &= [3 \cdot (-2) \cdot 7]^6 = (-42)^6 = 42^6 \end{aligned}$                                                                                         |
| <p><b>Potencia de un cociente</b> es igual al cociente de las potencias:</p> $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$                                                                                                                                                                         | $\left(\frac{-3ab}{2xy}\right)^3 = \frac{(-3ab)^3}{(2xy)^3} = \frac{-3^3a^3b^3}{2^3x^3y^3} = \frac{-27a^3b^3}{8x^3y^3}$                                                                                                                                                     |
| <p><b>Potencia de una potencia</b> es igual a la base elevada al producto de los exponentes:</p> $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$                                                                                                                                                                          | $\left(-\frac{2}{3}x^2z^4\right)^3 = -\left(\frac{2}{3}\right)^3 (x^2)^3 (z^4)^3 = -\frac{8}{27}x^6z^{12}$                                                                                                                                                                  |
| Igualdades notables                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| <p><b>Cuadrado de una suma</b> es igual al cuadrado del primero más dos veces el primero por el segundo, más el cuadrado del segundo:</p> $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ <p><b>¡OJO!</b> No confundir la igualdad anterior con esta otra, que es errónea: <math>(a+b)^2 = a^2 + b^2</math></p>         | $\begin{aligned} \checkmark (2x+3)^2 &= (2x)^2 + 2 \cdot (2x) \cdot 3 + 3^2 = 4x^2 + 12x + 9 \\ \checkmark \left(\frac{5}{x} + 2x\right)^2 &= \left(\frac{5}{x}\right)^2 + 2 \cdot \frac{5}{x} \cdot 2x + (2x)^2 = \\ &= \frac{25}{x} + 20 + 4x^2 \end{aligned}$            |
| <p><b>Cuadrado de una diferencia</b> es igual al cuadrado del primero menos dos veces el primero por el segundo, más el cuadrado del segundo:</p> $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ <p><b>¡OJO!</b> No confundir la igualdad anterior con esta otra, que es errónea: <math>(a-b)^2 = a^2 - b^2</math></p> | $\begin{aligned} \checkmark (5b-3)^2 &= (5b)^2 - 2 \cdot (5b) \cdot 3 + 3^2 = 25b^2 - 30b + 9 \\ \checkmark \left(6x - \frac{x^2}{2}\right)^2 &= (6x)^2 - 2 \cdot 6x \cdot \frac{x^2}{2} + \left(\frac{x^2}{2}\right)^2 = \\ &= 36x^2 - 6x^3 + \frac{x^4}{4} \end{aligned}$ |
| <p><b>Suma por diferencia</b> es igual a diferencia de cuadrados:</p> $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$                                                                                                                                                                                                      | $(4x+2y)(4x-2y) = (4x)^2 - (2y)^2 = 16x^2 - 4y^2$                                                                                                                                                                                                                           |

### ¡Recuerda!

Cuando el signo de la base de una potencia es negativo, entonces:

- ✓ Si el exponente es **par**, el resultado es positivo.
- ✓ Si el exponente es **impar**, el resultado es negativo.

## Radicales

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow a = b^n$ <p><math>\sqrt[n]{a}</math> es el <b>radical</b>, <math>a</math> es el <b>radicando</b> y <math>n</math> es el <b>índice</b> de la raíz</p>                                                                                                                                                              | <p>Si <math>a \geq 0</math>, <math>\sqrt[n]{a}</math> existe cualquiera que sea <math>a</math>.</p> <p>Si <math>a &lt; 0</math>, <math>\sqrt[n]{a}</math> sólo existe para valores impares de <math>n</math>.</p>                                                                                                                                                             |
| <p><b>Forma exponencial:</b> <math>\sqrt[n]{a} = a^{1/n}</math>; <math>\sqrt[n]{a^m} = a^{m/n}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                          | $\sqrt[3]{2} = 2^{\frac{1}{3}}, \text{ ya que } (2^{\frac{1}{3}})^3 = 2^{\frac{3}{3}} = 2$                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| <p><b>Propiedades de los radicales</b></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| <p><b>Radicales equivalentes:</b> <math>\sqrt[n]{a^p} = \sqrt[n]{a}</math></p> <p>Esta propiedad sirve para simplificar radicales y reducir radicales a índice común.</p>                                                                                                                                                                          | <p>✓ <math>\sqrt[8]{81} = \sqrt[8]{3^4} = \sqrt[2 \cdot 4]{3^4} = \sqrt{3}</math></p> <p>✓ Reducir a índice común <math>\sqrt{2}</math> y <math>\sqrt[3]{2}</math>:</p> $\sqrt{2} = \sqrt[2 \cdot 3]{2^3} = \sqrt[6]{8}; \sqrt[3]{2} = \sqrt[3 \cdot 2]{2^2} = \sqrt[6]{4}$                                                                                                   |
| <p><b>Potencia de un radical:</b> <math>(\sqrt[n]{a})^p = \sqrt[n]{a^p}</math></p> <p>Potencia de una raíz es igual a raíz de una potencia.</p>                                                                                                                                                                                                    | $(\sqrt[6]{2})^4 = \sqrt[6]{2^4} = \sqrt[3]{2}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| <p><b>Raíz de una raíz:</b> <math>\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}</math></p> <p>Raíz de una raíz es igual a la raíz de índice el producto de los índices.</p>                                                                                                                                                                          | $\sqrt[3]{\sqrt[4]{9}} = \sqrt[3 \cdot 4]{9} = \sqrt[12]{3^2} = \sqrt[6]{3}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| <p><b>Raíz de un producto:</b> <math>\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b}</math></p> <p>Raíz de un producto es igual al producto de las raíces.</p>                                                                                                                                                                                              | $\sqrt[3]{6 \cdot 9} = \sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 2} = \sqrt[3]{3^3} \sqrt[3]{2} = 3\sqrt[3]{2} \text{ (observa cómo en este ejemplo la propiedad se ha utilizado dos veces).}$                                                                                                                                                                                        |
| <p><b>Raíz de un cociente:</b> <math>\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                            | $\frac{\sqrt[3]{12} \sqrt{9}}{\sqrt[6]{6}} = \frac{\sqrt[6]{(12)^2} \sqrt[6]{9^3}}{\sqrt[6]{6}} = \sqrt[6]{\frac{(2^2 \cdot 3)^2 \cdot (3^2)^3}{2 \cdot 3}} =$ $= \sqrt[6]{\frac{2^4 \cdot 3^2 \cdot 3^6}{2 \cdot 3}} = \sqrt[6]{2 \cdot 3^7} = \sqrt[6]{4374}$ <p>(observa cómo se han utilizado en este ejemplo varias de las propiedades anteriores para simplificar).</p> |
| <p><b>Suma de radicales:</b> dos expresiones con radicales se dicen <b>semejantes</b> si la raíz que aparece en ambas tiene el mismo índice y el mismo radicando (por ejemplo, <math>5\sqrt{2}</math> y <math>-3\sqrt{2}</math> son radicales semejantes). Solamente se pueden sumar (o restar) expresiones con radicales que sean semejantes.</p> | $\sqrt{12} + 2\sqrt{27} - \sqrt{75} = \sqrt{2^2 \cdot 3} + 2\sqrt{3^3} - \sqrt{5^2 \cdot 3} =$ $= 2\sqrt{3} + 6\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = (2 + 6 - 5)\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$                                                                                                                                                                                                        |
| <p><b>Racionalización de denominadores</b></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| <p><b>Con una raíz cuadrada en el denominador:</b> se multiplica arriba y abajo (numerador y denominador) por la misma raíz.</p>                                                                                                                                                                                                                   | $\frac{3}{5\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{5\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{5 \cdot 3} = \frac{\sqrt{3}}{5}$                                                                                                                                                                                                                                                                |
| <p><b>Con una raíz n-ésima en el denominador:</b> se multiplica arriba y abajo por otra raíz n-ésima tal que se complete el radicando con una potencia n-ésima.</p>                                                                                                                                                                                | $\frac{2}{\sqrt[3]{2}} = \frac{2\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2}\sqrt[3]{2^2}} = \frac{2\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{2^3}} = \frac{2\sqrt[3]{4}}{2} = \sqrt[3]{4}$                                                                                                                                                                                                                         |
| <p><b>Con una suma o diferencia de raíces cuadradas en el denominador:</b> se multiplica arriba y abajo por la expresión conjugada del denominador.</p>                                                                                                                                                                                            | $\frac{3}{\sqrt{6} - \sqrt{3}} = \frac{3(\sqrt{6} + \sqrt{3})}{(\sqrt{6} - \sqrt{3})(\sqrt{6} + \sqrt{3})} =$ $= \frac{3(\sqrt{6} + \sqrt{3})}{(\sqrt{6})^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{3(\sqrt{6} + \sqrt{3})}{6 - 3} = \sqrt{6} + \sqrt{3}$                                                                                                                                     |

## Valor absoluto

| Definición                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $ a  = \begin{cases} a & \text{si } a \geq 0 \\ -a & \text{si } a < 0 \end{cases}$                                                                                                                                                | <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math> 6,3  = 6,3</math></li> <li>• <math> -4,35  = -(-4,35) = 4,35</math></li> <li>• <math> 2 - \sqrt{7}  = -(2 - \sqrt{7}) = \sqrt{7} - 2</math>, ya que <math>2 - \sqrt{7}</math> es negativo.</li> </ul>                                                                                               |
| Interpretación geométrica del valor absoluto                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| El valor absoluto de un número real $a$ es la distancia de ese número $a$ al número 0, origen de la recta real.                                                                                                                   | La distancia de $-8$ al 0, origen de la recta real, es 8 ya que $ -8  = -(-8) = 8$ .                                                                                                                                                                                                                                                                |
| Propiedades del valor absoluto                                                                                                                                                                                                    | Observaciones y ejemplos                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| <b>1</b> $ a  \geq 0$<br>La distancia de un número al origen es siempre cero (cuando ese número es cero) o positiva.                                                                                                              | Esto es consecuencia de la propia definición: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Si <math>a \geq 0</math>, entonces <math> a  = a \geq 0</math>.</li> <li>• Si <math>a &lt; 0</math>, entonces <math> a  = -a &gt; 0</math> (ya que <math>a &lt; 0</math>).</li> </ul>                                                                        |
| <b>2</b> $ a  = 0 \Leftrightarrow a = 0$<br>Decir que la distancia de un número al origen es cero es equivalente a decir que ese número es el propio 0.                                                                           | Esta propiedad es evidente en sí misma. Lo que viene a decir es que el único número real cuyo valor absoluto es cero es el propio número 0.                                                                                                                                                                                                         |
| <b>3</b> $a \leq  a $<br>La distancia de un número al origen es siempre mayor o igual que ese número.                                                                                                                             | <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>3 \leq  3  = 3</math> (si el número es positivo se da la igualdad).</li> <li>• <math>-3 \leq  -3  = 3</math> (si el número es negativo se da la desigualdad estricta).</li> </ul>                                                                                                                    |
| <b>4</b> $ a  =  -a $<br>La distancia de un número al origen es igual que la distancia del opuesto de ese número al origen.                                                                                                       | <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math> 5  =  -5 </math>, ya que <math> 5  = 5</math> y <math> -5  = 5</math>.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                   |
| <b>5</b> $ ab  =  a  b $ ; $\left \frac{a}{b}\right  = \frac{ a }{ b }$<br>La distancia del producto (o cociente) de dos números al origen es igual que el producto (o cociente) de las distancias de esos dos números al origen. | <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math> 3 \cdot (-5)  =  3  \cdot  -5 </math>, ya que <math> -15  = 15 = 3 \cdot 5</math>.</li> <li>• <math>\left \frac{-7}{2}\right  = \frac{ -7 }{ 2 }</math>, ya que <math>\left \frac{-7}{2}\right  = \left -\frac{7}{2}\right  = \frac{ 7 }{ 2 } = \frac{7}{2} = \frac{ 7 }{ 2 }</math>.</li> </ul>    |
| <b>6</b> $ a - b  =  b - a $<br>Al número $ a - b $ , que es igual que $ b - a $ según esta propiedad, se le llama <b>distancia</b> entre $a$ y $b$ .                                                                             | Esta propiedad es fácil de demostrar. Por la propiedad 4 tenemos que:<br>$ a - b  =  -(a - b)  =  b - a $                                                                                                                                                                                                                                           |
| <b>7</b> $ a  \leq b \Leftrightarrow -b \leq a \leq b$ ; $ a  < b \Leftrightarrow -b < a < b$<br>$ a  \geq b \Leftrightarrow a \leq -b \text{ o } a \geq b$ ; $ a  > b \Leftrightarrow a < -b \text{ o } a > b$                   | Son muy útiles para resolver ciertas inecuaciones: <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math> x - 4  \leq 2 \Leftrightarrow -2 \leq x - 4 \leq 2 \Leftrightarrow 2 \leq x \leq 6</math>.</li> <li>• <math> x + 3  &gt; 5 \Leftrightarrow x + 3 &lt; -5 \text{ o } x + 3 &gt; 5 \Leftrightarrow x &lt; -8 \text{ o } x &gt; 2</math></li> </ul> |
| <b>8</b> Desigualdad triangular: $ a + b  \leq  a  +  b $                                                                                                                                                                         | <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math> 5 + (-7)  =  -2  = 2 \leq  5  +  -7  = 5 + 7 = 12</math>.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                |
| <b>9</b> $ a  -  b  \leq  a - b $                                                                                                                                                                                                 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math> 5  -  -7  = 5 - 7 = -2 \leq  5 - (-7)  =  12  = 12</math>.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                               |

## Notación científica

| Definición                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Un número está expresado en <b>notación científica</b> si se escribe como el producto de un número mayor o igual que 1 y menor estrictamente que 10, y una potencia de 10. Si un número está expresado en notación científica al exponente entero al que está elevado la potencia de 10 se le llama <b>orden de magnitud</b> .                                                                                                                    | $0,00000034 = \frac{34}{100\,000\,000} = 34 \cdot 10^{-8} = 3,4 \cdot 10^{-7}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | $26531000\,000 = 2,6531 \cdot 10^{10}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | $947855,36 = 9,4785536 \cdot 10^5$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| Suma y resta en notación científica                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| Para sumar y restar números expresados en notación científica <b>es necesario que todos estén expresados con el mismo orden de magnitud</b> . Es habitual escribirlos en el mayor de los órdenes de magnitud que aparezca en dichas sumas o restas.                                                                                                                                                                                               | $5,3 \cdot 10^{12} - 3 \cdot 10^{11} = 5,3 \cdot 10^{12} - 0,3 \cdot 10^{12} = (5,3 - 0,3) \cdot 10^{12} = 5 \cdot 10^{12}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | $3 \cdot 10^{-5} + 8,2 \cdot 10^{-6} = 3 \cdot 10^{-5} + 0,82 \cdot 10^{-5} = (3 + 0,82) \cdot 10^{-5} = 3,82 \cdot 10^{-5}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| Producto y división en notación científica                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| Para multiplicar y dividir números expresados en notación científica se opera con las potencias de 10 por un lado (aplicando las propiedades de las potencias), y el resto de la expresión por el otro.                                                                                                                                                                                                                                           | $(3,5 \cdot 10^7) \cdot (4 \cdot 10^8) = (3,5 \cdot 4) \cdot (10^7 \cdot 10^8) = 14 \cdot 10^{15} = 1,4 \cdot 10^{16}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | $(1,2 \cdot 10^7) : (5 \cdot 10^{-6}) = (1,2 : 5) \cdot (10^7 : 10^{-6}) = 0,24 \cdot 10^{13} = 2,4 \cdot 10^{12}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| Cifras significativas                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| Recibe el nombre de cifra significativa todo dígito (exceptuando el cero cuando se utiliza para situar el punto decimal) cuyo valor se conoce con seguridad. El número 2,503 tiene cuatro cifras significativas. El número 0,00103 tiene tres cifras significativas; los tres primeros ceros no son cifras significativas ya que simplemente sitúan el punto decimal. En notación científica este último número se escribe $1,03 \cdot 10^{-3}$ . | <p>Por ejemplo, expresemos el resultado de la operación <math>\frac{(7,2 \cdot 10^{-6})^3}{5,3 \cdot 10^{-9}}</math> en notación científica con tres cifras significativas:</p> $\frac{(7,2 \cdot 10^{-6})^3}{5,3 \cdot 10^{-9}} = \frac{(7,2)^3 \cdot (10^{-6})^3}{5,3 \cdot 10^{-9}} = \frac{373,248 \cdot 10^{-18}}{5,3 \cdot 10^{-9}} = \frac{373,248}{5,3} \cdot \frac{10^{-18}}{10^{-9}} = 70,4 \cdot 10^{-9} = 7,04 \cdot 10^{-8}$ |

### Uso de la calculadora científica

La tecla **EXP** o bien la tecla **x10<sup>x</sup>**, ayuda a expresar números en notación científica. Además, la calculadora posee un modo de actuación (**MODE SCI**) específico para esta notación. El modo **SCI** hace que la calculadora trabaje siempre en notación científica y, además, con la cantidad de cifras significativas que previamente le hayamos indicado. Dependiendo de la calculadora que tengas se accederá al modo **SCI** de una forma o de otra. Aprende a hacerlo con la tuya. Una vez lo sepas, introduce el número de cifras significativas, por ejemplo 4. En este caso si realizas la operación:  $(43789232) \cdot (3,23 \cdot 10^{-5})$ , una vez que pulses el igual el resultado será  $1,414 \cdot 10^3$ .

Como puedes observar, este resultado tiene 4 cifras significativas: 1,414.

## Aproximaciones y errores

| Orden de aproximación                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Se dice que de un número real tomamos una aproximación de orden $n$ cuando se trata de un número racional con $n$ cifras decimales.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | $\frac{3\sqrt{5}}{4} = 1,7$ (aproximación de orden 1).<br>$\frac{3\sqrt{5}}{4} = 1,677$ (aproximación de orden 3).                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| Métodos de aproximación                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| <p><b>Por defecto o truncamiento:</b> se eliminan las cifras decimales a partir del orden considerado.</p> <p><b>Por exceso:</b> se eliminan las cifras decimales hasta el orden considerado y se añade una cifra.</p> <p><b>Redondeo:</b> se eliminan todas las cifras decimales a partir del orden indicado y, si la cifra siguiente al orden considerado es mayor o igual que 5, se añade una unidad a la última cifra.</p>                                                                                                                                           | <p>Aproximar 5,245848 hasta el orden 3 (milésimas). O lo que es lo mismo, aproximar 5,245848 con cuatro cifras significativas.</p> <p>Por defecto truncamiento: 5,245.</p> <p>Por exceso: 5,246.</p> <p>Redondeo: 5,246.</p>                                                                                                                                                                                        |
| Error absoluto. Cota del error absoluto                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| <p>El <b>error absoluto</b> (<math>E_a</math>) de una medida aproximada es el valor absoluto de la diferencia entre el valor real (<math>V_r</math>) y el valor aproximado (<math>V_a</math>):</p> $E_a =  V_r - V_a $ <p>El valor real o exacto es, en la mayoría de los casos, desconocido. Por tanto, también se desconoce el error absoluto. Lo importante es poder acotarlo, diciendo que <b>el error absoluto es menor que...</b> Una <b>cota del error absoluto</b> se obtiene a partir de la última cifra significativa utilizada, tomando la mitad de ésta.</p> | <p>El error absoluto que se comete al redondear 5,245848 a las milésimas es:</p> $E_a =  V_r - V_a  =  5,245848 - 5,246  = 0,000152$ <p>Si una piscina tiene una capacidad de <math>719 \text{ m}^3</math>, la última cifra significativa (el 9) designa unidades de <math>\text{m}^3</math>. El error absoluto es pues menor que medio metro cúbico (cota del error absoluto):</p> $E_a < 0,5 \text{ m}^3$         |
| Error relativo. Cota del error relativo                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| <p>El error relativo (<math>E_r</math>) es el cociente entre el valor absoluto y el valor real:</p> $E_r = \left  \frac{E_a}{V_r} \right $ <p>El error relativo es tanto menor cuantas más cifras significativas se usan.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | <p>Veamos un par de ejemplos basados en los dos ejemplos anteriores.</p> <p>El error relativo que se comete al redondear 5,245848 a las milésimas es:</p> $E_r = \left  \frac{E_a}{V_r} \right  = \left  \frac{0,000152}{5,245848} \right  = 0,000028975$ <p>Al tomar como capacidad de la piscina <math>719 \text{ m}^3</math>, el error relativo que se comete es menor que:</p> $E_r < \frac{0,5}{719} = 0,0007$ |