

1. Realiza las siguientes operaciones usando las propiedades de las potencias hasta simplificar el resultado al máximo, el cual puede expresarse en forma de potencia. Como consejo, a veces conviene factorizar los números que no sean primos antes de comenzar a operar.

$$\begin{aligned} \text{a) } 16^{-2} \cdot 4^3 ; \text{ b) } (7^2)^{-3} \cdot 7^3 ; \text{ c) } \left(\frac{3^{-2}}{3^{-3}}\right) \cdot 3^{-2} ; \text{ d) } \left[\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} : \left(\frac{5}{2}\right)^3\right]^2 ; \text{ e) } \left[\left(\frac{1}{7}\right)^2\right]^6 \cdot (7^5)^2 ; \text{ f) } \frac{4^2 \cdot 12^3 \cdot 15^2}{9^3 \cdot 8^2 \cdot 3^3} ; \\ \text{g) } \frac{27^2 \cdot (-3)^2}{((-3)^3)^2} ; \text{ h) } \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 2^{-3} ; \text{ i) } \left(\frac{1}{5}\right)^{-8} \cdot 5^{-6} \cdot \frac{1}{5^{-2}} ; \text{ j) } \frac{12^2 \cdot 2^3 \cdot 30^2}{3^2 \cdot 8^2 \cdot 5^4} ; \text{ k) } \frac{8^4 \cdot 15^3 \cdot 18^2 \cdot 12^{-3}}{20^3 \cdot 27^2 \cdot 3^{-3}} ; \\ \text{l) } \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \cdot 3^{-3} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^5 ; \text{ m) } \frac{15^2 \cdot 2^3 \cdot 35^2}{3^3 \cdot 5^2 \cdot 2^4 \cdot 7} ; \text{ n) } \frac{(-27)^3 \cdot 32^{-5} \cdot (-8)^5 \cdot (25^2)^{-6}}{(-72)^4 \cdot (-50^3)^4} ; \text{ ñ) } \frac{27^{-1} \cdot 81 \cdot 3^4 \cdot \left(\frac{2^3}{3}\right)^{-1} \cdot 2^3}{36 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{27}{16} \cdot (2^0)^{-2}} \end{aligned}$$

2. Opera y expresa el resultado de la forma más simple posible.

$$\begin{aligned} \text{a) } -7 \cdot (5\sqrt{3} + 8\sqrt{2}) ; \text{ b) } (8\sqrt{5} - 7\sqrt{2}) \cdot 2\sqrt{3} ; \text{ c) } (\sqrt{3} + \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3} - \sqrt{2}) ; \text{ d) } (5\sqrt{2} - 3) \cdot (5\sqrt{2} + 3) ; \\ \text{e) } (6\sqrt{7} + \sqrt{5}) \cdot (6\sqrt{7} - \sqrt{5}) ; \text{ f) } (2\sqrt{5} - \sqrt{10}) \cdot (2\sqrt{5} + \sqrt{10}) ; \text{ g) } (3\sqrt{2} - 5) \cdot (4\sqrt{2} - 3) ; \\ \text{h) } (7\sqrt{2} - 3) \cdot (5\sqrt{3} + 2) ; \text{ i) } (2\sqrt{7} + 3\sqrt{2}) \cdot (5 - 2\sqrt{2}) ; \text{ j) } (7\sqrt{5} + 4) \cdot (5\sqrt{5} - 3\sqrt{6}) ; \text{ k) } (2\sqrt{5} - \sqrt{3})^2 ; \\ \text{l) } (2\sqrt{5} - 3\sqrt{2})^2 ; \text{ m) } (3\sqrt{2} + 1)^2 - (3\sqrt{2} - 1)^2 ; \text{ n) } 2\sqrt{6} \cdot (2\sqrt{5} - \sqrt{2})^2 ; \text{ ñ) } \left[(\sqrt{2} - 1)^2 - 1\right] \cdot \sqrt{2} \end{aligned}$$

3. Opera y expresa el resultado en forma de un solo radical.

$$\begin{aligned} \text{a) } 5\sqrt{12} + 7\sqrt{27} - \sqrt{243} - \frac{1}{2}\sqrt{75} ; \text{ b) } 4\sqrt{8} - 7\sqrt{50} + \frac{8}{3}\sqrt{18} + 4\sqrt{98} ; \text{ c) } \sqrt[3]{81} - \sqrt[3]{24} ; \text{ d) } 2\sqrt{5} - 3\sqrt[6]{125} ; \\ \text{e) } 12\sqrt[3]{16} - \frac{3}{5}\sqrt[3]{128} + 7\sqrt[3]{54} ; \text{ f) } \sqrt{108} - 2\sqrt{12} - \sqrt{28} + \sqrt{\frac{7}{4}} ; \text{ g) } \sqrt{75} - \frac{\sqrt{18}}{3} + \frac{3\sqrt{12}}{4} - \sqrt{\frac{2}{25}} \end{aligned}$$

4. Usa las propiedades de los radicales para expresar el resultado en forma de un solo radical. Extrae factores del resultado final si es posible.

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{3^2} ; \text{ b) } \sqrt[6]{3^5} \cdot \sqrt[3]{3} ; \text{ c) } \sqrt{8} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{2^3} ; \text{ d) } \frac{\sqrt{5}}{\sqrt[4]{5^3}} ; \text{ e) } \sqrt[3]{\frac{3}{5\sqrt{3^3}}} ; \text{ f) } \frac{\sqrt{3 \cdot 4\sqrt{3}}}{\sqrt{3}} ; \text{ g) } \frac{\sqrt{4 \cdot \sqrt[3]{2}}}{\sqrt[3]{2^2}} ; \\ \text{h) } \sqrt[6]{a} \cdot \sqrt[6]{a} ; \text{ i) } \frac{\sqrt[6]{20}}{\sqrt[4]{10}} ; \text{ j) } \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{3}} ; \text{ k) } \frac{\sqrt{a^3 \sqrt{a}} \cdot \sqrt[4]{a^3}}{\sqrt[12]{a^5}} ; \text{ l) } \frac{(\sqrt[3]{a^2})^4 \cdot (a^2 \cdot \sqrt{a})^3}{\sqrt[6]{a^5}} ; \text{ m) } \sqrt{\sqrt[4]{x^2} \cdot \sqrt[3]{x^2}} \end{aligned}$$

5. Racionaliza las siguientes expresiones y simplifica el resultado extrayendo factores, caso de que sea posible.

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{3}{\sqrt{3}} ; \text{ b) } \frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}} ; \text{ c) } \frac{\sqrt[4]{5}}{\sqrt{5}} ; \text{ d) } \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{243}} ; \text{ e) } \frac{3}{1-\sqrt{3}} ; \text{ f) } \frac{4}{1+\sqrt{5}} ; \text{ g) } \frac{5}{\sqrt{7}-\sqrt{2}} ; \text{ h) } \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}-3} ; \text{ i) } \frac{1+\sqrt{6}}{2\sqrt{3}} ; \\ \text{j) } \frac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} ; \text{ k) } \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}-\sqrt{3}} ; \text{ l) } \frac{10}{2\sqrt{3}-\sqrt{2}} ; \text{ m) } \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} ; \text{ n) } \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} ; \text{ ñ) } \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}\sqrt{3}} ; \text{ o) } \frac{7}{\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{2}} \end{aligned}$$

6. Simplifica al máximo las expresiones siguientes:

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{3\sqrt{6}+2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}+2} ; \text{ b) } \frac{(\sqrt{3}+1)^2}{\sqrt{3}-1} + \frac{(\sqrt{3}-1)^2}{\sqrt{3}+1} ; \text{ c) } \left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{\sqrt{6}+\sqrt{3}}\right) \cdot (3+2\sqrt{2}) ; \text{ d) } \frac{(\sqrt{5}+1)^2}{\sqrt{5}-1} - 3\sqrt{5} \end{aligned}$$

Soluciones

1. a) $\frac{1}{4}$; b) $\frac{1}{343}$; c) $\frac{1}{3}$; d) $\frac{4}{25}$; e) $\frac{1}{49}$; f) $\frac{400}{81}$; g) 9 ; h) $\frac{1}{16}$; i) 625 ; j) $\frac{72}{25}$; k) 12 ; l) $-\frac{1}{729}$;
m) $\frac{175}{6}$; n) $\frac{3}{2^{34} \cdot 5^{48}}$; ñ) 1
2. a) $-35\sqrt{3}-56\sqrt{2}$; b) $16\sqrt{15}-14\sqrt{6}$; c) 1 ; d) 41 ; e) 247 ; f) 10 ; g) $39-29\sqrt{2}$;
h) $35\sqrt{6}-15\sqrt{3}+14\sqrt{2}-6$; i) $-4\sqrt{14}+10\sqrt{7}+15\sqrt{2}-12$; j) $-21\sqrt{30}+20\sqrt{5}-12\sqrt{6}+175$;
k) $23-4\sqrt{15}$; l) $38-12\sqrt{10}$; m) $12\sqrt{2}$; n) $44\sqrt{6}-16\sqrt{15}$; ñ) $2\sqrt{2}-4$
3. a) $\frac{39\sqrt{3}}{2}$; b) $9\sqrt{2}$; c) $\sqrt[3]{3}$; d) $-\sqrt{5}$; e) $\frac{213\sqrt[3]{2}}{5}$; f) $2\sqrt{3}-\frac{3\sqrt{7}}{2}$; g) $\frac{13\sqrt{3}}{2}-\frac{6\sqrt{2}}{5}$
4. a) $3\sqrt[6]{3}$; b) $3\sqrt[6]{3}$; c) $4\sqrt[12]{128}$; d) $\sqrt[4]{\frac{1}{5}}$; e) $\sqrt[15]{9}$; f) $\sqrt[8]{3}$; g) $\sqrt[6]{2}$; h) $\sqrt[3]{a}$; i) $\sqrt[12]{\frac{2}{5}}$; j) $\sqrt[6]{\frac{2}{3}}$; k) a ;
l) $a^9\sqrt[3]{a}$; m) $\sqrt[3]{x}$
5. a) $\sqrt{3}$; b) $\sqrt[6]{2}$; c) $\frac{\sqrt[4]{125}}{5}$; d) $\frac{\sqrt{21}}{27}$; e) $\frac{-3\sqrt{3}-3}{2}$; f) $\sqrt{5}-1$; g) $\sqrt{7}+\sqrt{2}$; h) $\frac{-\sqrt{6}-3\sqrt{3}}{7}$;
i) $\frac{\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{6}$; j) $-2\sqrt{2}-3$; k) $\frac{\sqrt{6}+4}{5}$; l) $2\sqrt{3}+\sqrt{2}$; m) $3-\sqrt{6}$; n) $4-\sqrt{15}$; ñ) $\frac{\sqrt[4]{12}}{2}$; o) $\frac{7\sqrt[6]{144}}{6}$
6. a) $\sqrt{2}$; b) $6\sqrt{3}$; c) 1 ; d) $4-\sqrt{5}$