

A) Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones no lineales.

1)
$$\begin{cases} x^2 - xy = 5 \\ 3x + y = 1 \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 49 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

3)
$$\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{16}{y} = 4 \\ \frac{y}{8} + \frac{18}{x} = 4 \end{cases}$$

4)
$$\begin{cases} x^2 - xy = 6 \\ x + 2y = 0 \end{cases}$$

5)
$$\begin{cases} x + \frac{x}{y} = \frac{13}{2} \\ y + \frac{y}{x} = 14 \end{cases}$$

6)
$$\begin{cases} 3x^2 - y^2 = -1 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$$

7)
$$\begin{cases} (x - y)^2 = 1 \\ x^2 - y^2 = 7 \end{cases}$$

8)
$$\begin{cases} (x + 2)(y - 3) = 10 \\ \frac{6}{x} - \frac{1}{y - 4} = 1 \end{cases}$$

9)
$$\begin{cases} (x - y)^2 - xy = 6 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

10)
$$\begin{cases} x + y = \frac{13}{6} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{13}{6} \end{cases}$$

11)
$$\begin{cases} x^2 - 2y^2 = 1 \\ xy = 6 \end{cases}$$

12)
$$\begin{cases} (x - y)^2 = 49 \\ x^2 + 2xy + y^2 = 9 \end{cases}$$

13)
$$\begin{cases} x - 2y = 1 \\ \sqrt{x + y} - \sqrt{x - y} = 2 \end{cases}$$

14)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 32 \\ x^2 - y^2 + x - y = 28 \end{cases}$$

15)
$$\begin{cases} \sqrt{x + y} - \sqrt{x - y} = \sqrt{2y} \\ x + y = 8 \end{cases}$$

16)
$$\begin{cases} (x + 3)(y - 5) = 0 \\ (x - 2)(y - 1) = 0 \end{cases}$$

Soluciones:

1) $x_1 = \frac{5}{4}, y_1 = -\frac{11}{4}; x_2 = -1, y_2 = 4$

2) $x_1 = -3, y_1 = -5; x_2 = 5, y_2 = 3$

3) $x_1 = 6, y_1 = 8; x_2 = 9, y_2 = 16$

4) $x_1 = 2, y_1 = -1; x_2 = -2, y_2 = 1$

5) $x = 6, y = 12$

6) $x_1 = 1, y_1 = 2; x_2 = 1, y_2 = -2$
 $x_3 = -1, y_3 = 2; x_4 = -1, y_4 = -2$

7) $x_1 = 4, y_1 = 3; x_2 = -4, y_2 = -3$

8) $x = 3, y = 5$

9) No tiene solución.

10) $x_1 = \frac{3}{2}, y_1 = \frac{2}{3}; x_2 = \frac{2}{3}, y_2 = \frac{3}{2}$

11) $x_1 = 3, y_1 = 2; x_2 = -3, y_2 = -2$

12) $x_1 = 5, y_1 = -2; x_2 = 2, y_2 = -5$
 $x_3 = -2, y_3 = 5; x_4 = -5, y_4 = 2$

13) $x = 17, y = 8$

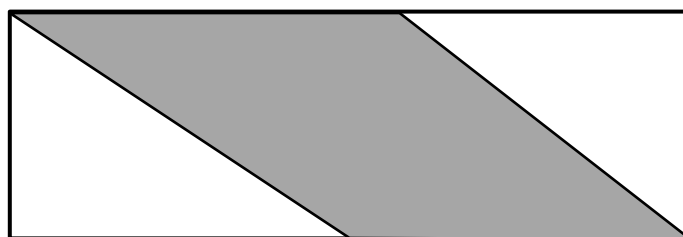
14) $x_1 = 5, y_1 = 1; x_2 = 5, y_2 = -2$
 $x_3 = -6, y_3 = 1; x_4 = -6, y_4 = -2$

15) $x_1 = 4, y_1 = 4; x_2 = 8, y_2 = 0$

16) $x_1 = 2, y_1 = 5; x_2 = -3, y_2 = 1$

B) Problemas. Para su resolución deberás plantear una ecuación o un sistema de ecuaciones.

- 1) En una fábrica de ladrillos se mezcla arcilla de 21 euros la tonelada con arcilla de 45 euros la tonelada. ¿Cuántas toneladas de cada clase hay que emplear para conseguir 500 toneladas de arcilla a 30 euros la tonelada? **Solución: 312,5 toneladas de arcilla de 21 euros la tonelada con 187,5 toneladas de arcilla de 45 euros la tonelada.**
- 2) Un cine tiene igual número de filas que de butacas por fila. El propietario decide remodelarlo quitando una butaca por fila y tres por columna. Después de la remodelación, el número de butacas es 323. ¿Cuántas filas tenía el cine antes de la remodelación? ¿Cuántas butacas hay ahora en cada fila? **Solución: el cine tenía, antes de la remodelación, 20 filas. Ahora hay 19 butacas en cada fila.**
- 3) Los dos lados de dos cuadrados suman 131 metros. Con sus diagonales se forma un rectángulo cuya área es 8540 m^2 . Halla los lados de dichos cuadrados. **Solución: 61 metros y 40 metros.**
- 4) Calcular la arista de un cubo sabiendo que si dicha arista aumentara en 1 decímetro, el volumen del cubo aumentaría en 469 dm^3 . **Solución: la arista del cubo mide 12 decímetros.**
- 5) En un triángulo rectángulo de 24 metros de perímetro, la longitud de un cateto es igual a los tres cuartos de la del otro. Halla sus dimensiones. **Solución: un cateto mide 8 metros, el otro mide 6 metros y la hipotenusa mide 10 metros.**
- 6) Para cubrir el suelo de una habitación, un solador dispone de dos tipos de baldosas rectangulares: las del tipo A, de lados 3 y 4 decímetros; y las del tipo B, de lados 2 y 5 decímetros. Eligiendo las del tipo A, se necesitarían 40 baldosas menos que si se eligieran las del tipo B. ¿Cuántas baldosas se necesitarían de cada tipo? ¿Cuál es la superficie de la habitación? **Solución: se necesitarían 200 baldosas del tipo A y 240 baldosas del tipo B. La superficie de la habitación es $2400 \text{ dm}^2 = 24 \text{ m}^2$.**
- 7) El número de visitantes a cierta exposición durante el mes de febrero se incrementó en un 12% respecto al mes de enero. Sin embargo, en marzo sufrió un descenso del 12% respecto a febrero. Si el número de visitantes de enero superó en 36 personas al de marzo, ¿cuántas personas vieron la exposición en enero? **Solución: En enero vieron la exposición 2500 personas.**
- 8) El cuadrilátero central es un rombo de 40 metros de perímetro. Calcula las dimensiones del rectángulo sabiendo que la base es el triple de la altura. **Solución: la base del rectángulo mide 18 metros y la altura 6 metros.**



- 9) La superficie de un triángulo equilátero es de 50 m^2 . Calcula el lado. **Solución: el lado mide, aproximadamente, 10,75 metros.**
- 10) El gran matemático suizo Leonard Euler planteaba el siguiente problema como introducción al álgebra: “Dos campesinas llevaron en total cien huevos al mercado. Una de ellas tenía más mercancía que la otra, pero recibió por ella la misma cantidad de dinero que la otra. Una vez vendidos todos, la primera campesina dijo a la segunda: “Si yo hubiera llevado la misma cantidad de huevos que tú, habría recibido 15 francos”. La segunda contestó: “Y si yo hubiera vendido los huevos que tenías tú, habría sacado de ellos $6\frac{2}{3}$ francos”. ¿Cuántos llevó cada una? **Solución: la primera llevaba 40 huevos y la segunda 60 huevos.**