

1. Dado el vector $\vec{u} = (\sqrt{3}, -1)$, halla las coordenadas de un vector $\vec{v}$ que tenga la misma dirección que $\vec{u}$ y su módulo sea 12. ¿Hay más de una solución?
2. Dados los vectores $\vec{u} = (3, 1)$, $\vec{v} = (2, 5)$ y $\vec{w} = (-1, -3)$:
 - a) Calcula x e y para que se cumpla $\vec{u} = x\vec{v} + y\vec{w}$.
 - b) Determina las coordenadas de un vector perpendicular a $\vec{u}$ y cuyo módulo sea el doble.
3. Dados los vectores $\vec{u} = (3, 2)$, $\vec{v} = (x, 5)$, $\vec{w} = (8, y)$, calcula x e y para que se verifique $2\vec{u} - \vec{v} = \vec{w}$.
4. Dados los vectores $\vec{u} = (5, -3)$, $\vec{v} = (1, 3)$ y $\vec{w} = (2, 0)$, calcula el valor de m y n para que se verifique $\vec{u} = m\vec{v} + n\vec{w}$.
5. Dados los puntos $A(0, 4)$ y $B(-5, 0)$, halla el simétrico de B respecto de A y el simétrico de A respecto de B .
6. Halla la ecuación continua de la recta que pasa por el punto $A(2, -1)$ y tiene la dirección del vector $\vec{u} = (2, -1)$. Averigua si el punto $P(3, 1)$ está en la recta.
7. Escribe la ecuación general de la recta que:
 - a) Pasa por el punto $A(10, -2)$ y es paralela a la recta $\begin{cases} x = -1 - 3\lambda \\ y = 2 - 2\lambda \end{cases}$.
 - b) Es paralela a la recta $y = \frac{8x-3}{2}$ y pasa por el punto $B(4, 0)$.
8. Obtén la ecuación general de la recta que pasa por los puntos $A(1, -1)$ y $B(0, 2)$. Calcula también un vector perpendicular a su vector director.
9. Expresa en forma explícita la recta que
 - a) Pasa por el punto $A(0, -1)$ y es paralela a la recta $\begin{cases} x = 2 + 3\lambda \\ y = -4 \end{cases}$.
 - b) Es paralela a la recta $\frac{x-3}{4} = \frac{y}{-1}$ y pasa por el punto $B(5, -2)$.
10. Halla la ecuación explícita de la recta que
 - a) Pasa por el punto $A(2, -5)$ y es perpendicular a la recta $\frac{x+1}{2} = \frac{y-4}{-3}$.
 - b) Pasa por el punto $B(-4, 8)$ y es perpendicular a la recta $-2x + 3y - 16 = 0$.
11. Determina la ecuación de una recta que pasa por los puntos $A(-1, -10)$ y $B(2, c)$, sabiendo que su pendiente es 7. Expresa la recta en forma continua y general.
12. Hallar la ecuación general de la recta r que pasa por los puntos $A(0, 5)$ y $B(1, 2)$. Calcular también la ecuación general de la recta s , paralela a $2x + y = 3$ que pasa por el punto $C(1, 1)$. Hallar el punto de corte de las rectas r y s .
13. Hallar la ecuación general de la recta que pasa por el punto $A(0, -2)$ y es perpendicular a la recta $2x + y = -3$.

14. Determina la ecuación de una recta r , que sea perpendicular a la recta $s \equiv 3x - 2y + 1 = 0$ y que pasa por el punto $P(0, 2)$. Halla la distancia del punto P a s .
15. Calcula la recta que pasa por el punto $A(2, 7)$ y forma con el eje de abscisas un ángulo de 60° .
16. Calcula el valor de k para que la recta de ecuación $(k + 3)x - y - 2 = 0$ pase por el punto $A(2, 0)$. ¿Cuál es la pendiente de esa recta?
17. Determina el valor de m para que las rectas $r \equiv \frac{x+1}{3} = \frac{y}{2}$ y $s \equiv \frac{x}{2} = \frac{y-1}{m}$ sean:
- Paralelas.
 - Perpendiculares.
18. ¿Por qué son paralelas las rectas $r \equiv x - 2y + 1 = 0$ y $s \equiv -2x + 4y + 9 = 0$? Hallar la distancia entre ambas.
19. Halla el valor que debe tomar k para que la recta $\frac{x+1}{k} = \frac{y-2}{3}$ sea paralela a la recta $\begin{cases} x = 3 - \lambda \\ y = 2 + 5\lambda \end{cases}$.
20. Encuentra el valor de a para que la recta $ax + 3y - 7 = 0$ sea paralela a la recta $\frac{x-1}{5} = y + 2$.
21. Hallar el valor de m para que las rectas $r \equiv y - x + 3 = 0$ y $s \equiv mx + 3y - 1 = 0$ no se corten.
22. Calcula m y n para que las rectas $r \equiv 3x + my - 8 = 0$ y $s \equiv nx - 2y + 3 = 0$ se corten en el punto $P(1, 5)$.
23. Halla la distancia entre el punto $P(2, -1)$ y la recta $r \equiv \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-2}$.
24. Encuentra un vector $\vec{u} = (u_1, u_2)$ que sea perpendicular al vector $\vec{v} = (3, 5)$ y cuyo módulo sea $|\vec{u}| = 2\sqrt{34}$.
25. Halla la distancia del punto $P(4, -2)$ a la recta $r \equiv -6x + 8y - 5 = 0$.
26. Calcula la distancia que separa la recta $r \equiv \begin{cases} x = 3 - \lambda \\ y = 2 + 2\lambda \end{cases}$ del origen de coordenadas.
27. Calcula la distancia del origen de coordenadas a la recta que pasa por el punto $A(-3, 6)$ y es paralela a la recta $\frac{x-1}{-6} = \frac{y-2}{8}$.
28. Halla m y n para que los vectores $\vec{u} = (3, m)$ y $\vec{v} = (n, -1)$ sean perpendiculares y se verifique $|\vec{u}| = 5$.
29. Halla la distancia entre las rectas $r \equiv \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{3}$ y $s \equiv \begin{cases} x = 1 - 2\lambda \\ y = -3 + \lambda \end{cases}$.
30. Demuestra que el triángulo de vértices $A(3, 1)$, $B(9, -1)$ y $C(5, -5)$ es isósceles. ¿Es equilátero? ¿Cuáles son sus lados iguales? Calcula su área.
31. Determina si el triángulo de vértices $A(12, 10)$, $B(20, 16)$ y $C(8, 32)$ es rectángulo.
32. Halla la ecuación de la recta perpendicular a AB en su punto medio, siendo $A(-5, 3)$ y $B(2, 7)$.
33. Dada la recta $r \equiv \begin{cases} x = 2 + \lambda \\ y = 1 - \lambda \end{cases}$, calcula la longitud del segmento $\overline{AB}$ siendo A y B los puntos donde r corta a los ejes de coordenadas.

Soluciones

1. Hay dos soluciones $\vec{v} = (-6\sqrt{3}, 6)$, $\vec{v} = (6\sqrt{3}, -6)$.
2. a) $x = 8$, $y = 13$. b) Hay dos soluciones: $\vec{v} = (-2, 6)$ y $\vec{v} = (2, -6)$.
3. $x = -2$, $y = -1$.
4. $m = -1$, $n = 3$
5. Simétrico de B respecto de A : $(5, 8)$. Simétrico de A respecto de B : $(-10, -4)$.
6. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-1}$. El punto $P(3, 1)$ no está en la recta anterior.
7. a) $-2x + 3y + 26 = 0$. b) $4x - y - 16 = 0$.
8. $3x + y - 2 = 0$. Un vector perpendicular a su vector director es $\vec{n} = (3, 1)$.
9. a) $y = 0x - 1 \Rightarrow y = -1$. b) $y = -\frac{1}{4}x - \frac{3}{4}$.
10. a) $y = \frac{2}{3}x - \frac{19}{3}$. b) $y = -\frac{3}{2}x + 2$
11. Forma continua: $\frac{x+1}{3} = \frac{y+10}{21}$. Forma general: $7x - y - 3 = 0$. Además, se tiene que $c = 11$.
12. $r \equiv 3x + y - 5 = 0$. La recta s es justo la misma que la dada: $s \equiv 2x + y - 3 = 0$. Punto de corte de las rectas r y s : $(2, -1)$.
13. $x - 2y - 4 = 0$.
14. $r \equiv 2x + 3y - 6 = 0$. La distancia de P a s es: $d(P, s) = \frac{3\sqrt{13}}{13} \cong 0,832$ uds.
15. $y = \sqrt{3}x + 7 - 2\sqrt{3}$.
16. $k = -2$. La pendiente de la recta es $m = 1$.
17. a) $m = \frac{4}{3}$. b) $m = -3$.
18. Porque los coeficientes de x y de y son proporcionales: $\frac{1}{-2} = \frac{-2}{4}$. O bien porque sus pendientes son iguales:
 $m = \frac{1}{2}$. La distancia entre ambas rectas es $d(r, s) = \frac{11\sqrt{5}}{10} \cong 2,46$ uds.
19. $k = -\frac{3}{5}$.
20. $a = -\frac{3}{5}$

21. $m = -3$.

22. $m = 1, n = 7$.

23. $d(P, r) = \frac{7\sqrt{13}}{13} \cong 1,94$ uds.

24. $\vec{u} = (10, -6)$.

25. $d(P, r) = \frac{9}{2} = 4,5$ uds.

26. $\frac{8\sqrt{5}}{5} \cong 3,578$ uds.

27. $\frac{6}{5} = 1,2$ uds.

28. Hay dos soluciones. Una es $m = 4, n = \frac{4}{3}$. Y la otra es $m = -4, n = -\frac{4}{3}$.

29. Las rectas no son paralelas, son secantes (se cortan en un punto). Por tanto, $d(r, s) = 0$.

30. Sí que es isósceles porque $|\overline{AB}| = |\overline{AC}| = 2\sqrt{10}$. Además, no es equilátero porque el módulo del vector $\overline{BC}$ no coincide con los anteriores: $|\overline{BC}| = 4\sqrt{2}$. De lo anterior se desprende claramente que los lados iguales son $\overline{AB}$ y $\overline{AC}$. El área del triángulo es 16 uds^2 .

31. Sí que es rectángulo porque los lados $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$. Para darse cuenta de esto basta demostrar que los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{BC}$ son perpendiculares, pues su producto escalar es igual a cero.

32. $14x + 8y - 19 = 0$.

33. Los puntos A y B son $A(3, 0)$ y $B(0, 3)$. Por tanto, la longitud del segmento $\overline{AB}$ es la del módulo del vector que une A con B : $|\overline{AB}| = |(-3, 3)| = 3\sqrt{2} \cong 4,24$ uds.