IES SALMEDINA

2.º de Bachillerato · Ciencias

Matemáticas II

Cuadernillo de Selectividad

Andalucía

Ejercicios 2016–2026

Seis bloques temáticos
269 ejercicios con soluciones resumidas

Francisco José Valladares Herrera

https://www.preparamates.com

Edición revisada y ampliada · Septiembre de 2026

Antes de empezar

Este cuadernillo reúne los **269 ejercicios de la Selectividad en Andalucía de 2016 a 2026**. Los enunciados se organizan por bloque, año y convocatoria.

Bloque	Ejercicios
1. Matrices y determinantes	43
2. Sistemas de ecuaciones lineales	35
3. Geometría en el espacio	58
4. Límites, derivadas y funciones	70
5. Integrales	53
6. Probabilidad y estadística	10
Total	**269**

Criterio de clasificación. Cada ejercicio aparece una sola vez, en el bloque que mejor representa su contenido principal. Algunos combinan materias; conviene aprovecharlos para relacionar ideas. Los ejercicios añadidos como anexos de práctica en las recopilaciones, sin pertenecer a un examen, no forman parte de esta ampliación.

Índice general

1. Matrices y determinantes **1**

2016 1
2017 2
2018 2
2019 4
2020 4
2021 6
2022 7
2023 7
2024 8
2025 9
2026 10

2. Sistemas de ecuaciones lineales **12**

2016 12
2017 13
2018 14
2019 15
2020 16
2021 17
2022 18
2023 18
2024 18
2025 19
2026 19

3. Geometría en el espacio **21**

2016 21
2017 22
2018 23
2019 24
2020 25
2021 26
2022 27
2023 28
2024 28

2025 . . . 29
2026 . . . 31

4. Límites, derivadas y funciones **32**
2016 . . . 32
2017 . . . 33
2018 . . . 34
2019 . . . 35
2020 . . . 36
2021 . . . 37
2022 . . . 38
2023 . . . 39
2024 . . . 40
2025 . . . 41
2026 . . . 42

5. Integrales **44**
2016 . . . 44
2017 . . . 45
2018 . . . 45
2019 . . . 46
2020 . . . 47
2021 . . . 47
2022 . . . 48
2023 . . . 49
2024 . . . 49
2025 . . . 50
2026 . . . 51

6. Probabilidad y estadística **53**
2025 . . . 53
2026 . . . 54

Fuentes y notas de edición **56**

BLOQUE 1

Matrices y determinantes

Unidad 1

2016

Ejercicio 1.1 · Junio · Ejercicio 3 · Opción A

Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} -3 & 3 & 2 \\ -8 & 7 & 4 \\ 8 & -6 & -3 \end{pmatrix}$$

a) Halla la matriz X que verifica $AX + B = 2A$.

b) Calcula B^2 y B^{2016}.

Ejercicio 1.2 · Reserva 1 · Ejercicio 3 · Opción A

Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Determina, si existe, la matriz X que verifica $AX + B^2 = BX + A^2$.

Ejercicio 1.3 · Reserva 4 · Ejercicio 3 · Opción A

Considera la matriz

$$A = \begin{pmatrix} k & k+1 \\ 1-k & 0 \end{pmatrix}$$

Determina, si existen, los valores de k en cada caso:

a) $\operatorname{rg}(A) = 1$.

b) $A^2 = A$.

c) A tiene inversa.

d) $\det(A) = -2$.

Ejercicio 1.4 · Reserva 4 · Ejercicio 3 · Opción B

Considera la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \lambda + 1 \\ \lambda & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Determina los valores de λ para los que $A^{-1} = 2I_3 - A$.

b) Determina los valores de λ para los que $A + A^t$ no tiene inversa.

2017

Ejercicio 1.5 · Reserva 1 · Ejercicio 3 · Opción A

Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & -2 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

a) Calcula $(A + B)^{-1}$.

b) Calcula $\det\left(2A^{-1}(A + B)^t\right)$.

Ejercicio 1.6 · Reserva 1 · Ejercicio 3 · Opción B

Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Determina, si existe, X tal que $ABX - 2C = CX$.

Ejercicio 1.7 · Reserva 3 · Ejercicio 3 · Opción A

Considera la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Comprueba que $AA^t - 2A = I_2$.

b) Calcula A^{-1}.

c) Determina, si existe, X tal que $XA + I_2 = 3A$.

Ejercicio 1.8 · Reserva 3 · Ejercicio 3 · Opción B

Sea A una matriz de orden 3 tal que $\det(2A) = 8$.

a) Calcula $\det(A)$.

b) La matriz B se obtiene multiplicando por 3 la primera fila de A y por -1 la tercera. Calcula $\det(B)$.

c) Determina los valores de x para los que la siguiente matriz cumple $\det(2A) = 8$:

$$A = \begin{pmatrix} x & 1 & 1 \\ x + 1 & 2 & 2 \\ x & 2 - x & 1 \end{pmatrix}$$

2018

Ejercicio 1.9 · Septiembre · Ejercicio 3 · Opción A

Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} a & b & c \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Determina a, b, c para que A y B conmuten.

b) Calcula A^2, A^3, A^{2017} y A^{2018}.

c) Calcula, si existe, A^{-1}.

Ejercicio 1.10 · Reserva 1 · Ejercicio 3 · Opción B

Considera

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}, \qquad D = \begin{pmatrix} 4 & -5 & 6 \end{pmatrix}$$

Determina, si existe, X tal que $A^2X - BA + X = CD$.

Ejercicio 1.11 · Reserva 2 · Ejercicio 3 · Opción A

Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

a) Calcula A^{2018}.

b) Determina, si existe, X tal que $A(X + 2I_3) = BC$.

Ejercicio 1.12 · Reserva 4 · Ejercicio 3 · Opción A

Sea

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 6 & 0 & 3 \\ x & y & z \end{pmatrix}, \qquad \det(M) = 2$$

Calcula los siguientes determinantes e indica las propiedades utilizadas:

a) $\det(5M^4)$.

b)

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ x & y & z \end{vmatrix}$$

c)

$$\begin{vmatrix} 1 & x+6 & x \\ 2 & y & y \\ 3 & z+3 & z \end{vmatrix}$$

2019

Ejercicio 1.13 · Junio · Ejercicio 3 · Opción A

Calcula todas las matrices $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ con $a + d = 1$, determinante 1 y $AX = XA$, siendo

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 1.14 · Reserva 1 · Ejercicio 3 · Opción A

Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & m & 1 \\ m-1 & m & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Determina los valores de m para los que A tiene inversa.

b) Para $m = 2$, halla X tal que $AX - BB^t = I_3$.

Ejercicio 1.15 · Reserva 2 · Ejercicio 3 · Opción A

Sea

$$A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}, \qquad \det(A) = 5$$

a) Calcula, indicando las propiedades utilizadas, los determinantes de $3A$ y de

$$\begin{pmatrix} 2a & d + 3a & g \\ 2b & e + 3b & h \\ 2c & f + 3c & i \end{pmatrix}$$

b) Si B es de orden 3 y $\det(B) = 4$, calcula $\det(BA^{-1})$.

Ejercicio 1.16 · Reserva 3 · Ejercicio 3 · Opción A

Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 \\ 4 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

halla X tal que $AX = (A^{-1}A^t + I_3)^2$.

2020

Ejercicio 1.17 · Junio · Ejercicio 3

Considera la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & m+2 \\ 0 & 1 & m+1 \\ m & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

a) Estudia su rango según m.

b) Para $m = 2$, calcula la inversa de $2020A$.

Ejercicio 1.18 · Reserva 1 · Ejercicio 3

Sean

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & b \\ c & 1 & 4 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \qquad C = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Determina a, b, c sabiendo que $AB = C$ y $\operatorname{rg}(A) = 2$.

Ejercicio 1.19 · Reserva 2 · Ejercicio 7

Considera la matriz

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

a) Calcula A^{37} y A^{41}.

b) Halla $\det\left(3A^{52}(A^t)^4\right)$.

Ejercicio 1.20 · Reserva 3 · Ejercicio 7

Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Si $X^3AX = B^2$, halla los posibles valores de $\det(X)$.

b) Determina, si existe, Y tal que $A^2YB^{-1} = A$.

Ejercicio 1.21 · Reserva 4 · Ejercicio 7

Sean

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & m \\ m & 2 & -3 \\ m-1 & 0 & 4 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \qquad C = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

a) Determina los valores de m para los que $AX + B = C$ tiene solución única.

b) Para $m = 0$, halla X.

2021

Ejercicio 1.22 · Julio · Ejercicio 5

Considera

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 1 & -4 & -5 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

a) Comprueba que $A^2 = -A^{-1}$.

b) Dadas

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 0 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}, \qquad C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

calcula X tal que $A^4X + B = AC$.

Ejercicio 1.23 · Reserva 1 · Ejercicio 5

Considera la matriz

$$A = \begin{pmatrix} a & 2 & 1 \\ b & -1 & 1 \\ c & 1 & 1 \end{pmatrix}, \qquad \det(A) = 5$$

a) Calcula razonadamente $\det(2A^3)$.

b) Calcula razonadamente los determinantes de

$$\begin{pmatrix} 2a & -1 & 3 \\ 2b & \frac{1}{2} & 3 \\ 2c & -\frac{1}{2} & 3 \end{pmatrix} \qquad \text{y} \qquad \begin{pmatrix} a & b & c \\ a+4 & b-2 & c+2 \\ a+1 & b+1 & c+1 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 1.24 · Reserva 2 · Ejercicio 5

Considera la matriz

$$A = \begin{pmatrix} m & m & m \\ m & m+1 & m \\ m & m & m+2 \end{pmatrix}$$

a) ¿Para qué valores de m existe A^{-1}? Razona la respuesta.

b) Para $m = 1$, calcula $\left(\frac{1}{2}A\right)^{-1}$.

Ejercicio 1.25 · Reserva 4 · Ejercicio 6

Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & m & 1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \\ m & -1 \end{pmatrix}$$

a) Calcula m para que AB no tenga inversa.

b) Estudia el rango de BA según m.

2022

Ejercicio 1.26 · Junio · Ejercicio 6

Sea

$$A = \begin{pmatrix} m & \sqrt{m} & \sqrt{m} \\ \sqrt{m} & m & 1 \\ \sqrt{m} & 1 & m \end{pmatrix}, \qquad m \geq 0$$

a) ¿Para qué valores de m tiene inversa A?

b) Para $m = 4$, resuelve $AX = 12I_3$, si es posible.

Ejercicio 1.27 · Julio · Ejercicio 5

Considera

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & a \\ 2 & a & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

a) Calcula los valores de a para los que B no tiene inversa.

b) Para $a = 1$, calcula X tal que $AXB = C$, si es posible.

Ejercicio 1.28 · Julio · Ejercicio 6

Se sabe que

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{vmatrix} = -2$$

Calcula:

a)

$$\begin{vmatrix} a & c & b \\ 2x & 2z & 2y \\ -3p & -3r & -3q \end{vmatrix}$$

b)

$$\begin{vmatrix} x & a-3p & -2a \\ y & b-3q & -2b \\ z & c-3r & -2c \end{vmatrix}$$

2023

Ejercicio 1.29 · Junio · Ejercicio 6

Sean

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & m \\ m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Determina para qué valores de m existe A^{-1}.

b) Para todo $m \neq -1$, resuelve $AX + X = B$, si es posible.

Ejercicio 1.30 · Julio · Ejercicio 5

Sean

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

e I_3 la matriz identidad.

a) Halla los valores de m para los que $A - mI_3$ no tiene inversa.

b) Halla $x \neq 0$ para que $A - xI_3$ sea la inversa de $\frac{1}{x}(A - I_3)$.

2024

Ejercicio 1.31 · Junio · Ejercicio 5

Considera la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Calcula A^{2024}.

b) Halla, si es posible, X tal que $A^2XA + I_3 = O$.

Ejercicio 1.32 · Julio · Ejercicio 5

Sea

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Halla todas las matrices X que cumplen $XA = -AX^t$ y $X^2 = I_2$.

b) Halla todas las matrices Y que conmutan con A, tienen traza cero y determinante -1.

Ejercicio 1.33 · Reserva 1 · Ejercicio 5

Considera

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ m & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} -4 & 8 & 0 \\ 0 & 4 & 4 \\ 4 & 12 & 20 \end{pmatrix}$$

a) Determina los valores de m para los que A^2 tiene inversa.

b) Para $m = 0$, calcula, si es posible, X tal que $A^2X = \frac{1}{2}(A + B)$.

2025

Ejercicio 1.34 · Reserva 1 · Ejercicio 6

Sea la matriz

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & \alpha + 4 & 0 \\ 1 & \alpha & 1 \\ 0 & \alpha + 4 & \alpha \end{pmatrix}$$

a) Indica para qué valores de α admite inversa.

b) Para $\alpha = 1$, determina su inversa, si existe.

Ejercicio 1.35 · Reserva 2 · Ejercicio 4

Considera la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 1 & -4 & -5 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

a) Comprueba que $A^3 + I = O$ y calcula A^{-1}.

b) Calcula A^{2025}.

Ejercicio 1.36 · Reserva 2 · Ejercicio 5

Sabiendo que

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ x & y & z \\ u & v & w \end{vmatrix} = 1$$

calcula razonadamente:

a)

$$\begin{vmatrix} a + x & b + y & c + z \\ a & b & c \\ 2a + u & 2b + v & 2c + w \end{vmatrix}$$

b)

$$\begin{vmatrix} z & c & w \\ x & a & u \\ y & b & v \end{vmatrix}$$

Ejercicio 1.37 · Reserva 3 · Ejercicio 4

Considera la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Calcula A^4 y A^{31}.

b) Halla razonadamente $\det\left(4A^{25}(A^t)^4\right)$.

Ejercicio 1.38 · Reserva 3 · Ejercicio 5

Sean las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

a) Halla razonadamente el determinante de una matriz X que verifica $X^3AX^2 = B^2$.

b) Determina, si existe, una matriz Y que verifica $A^3YB^{-1} = A^2$.

Ejercicio 1.39 · Reserva 4 · Ejercicio 4

Sea $M = (a_{ij})$ una matriz de orden 3 con $\det M = -5$. Calcula:

a)

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{31} & 2a_{21} \\ 3a_{12} & 3a_{32} & 6a_{22} \\ 2a_{13} & 2a_{33} & 4a_{23} \end{vmatrix}$$

b)

$$\begin{vmatrix} 2a_{11} - 3a_{31} & 2a_{12} - 3a_{32} & 4a_{13} - 6a_{33} \\ a_{21} & a_{22} & 2a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & 2a_{33} \end{vmatrix}$$

Ejercicio 1.40 · Reserva 4 · Ejercicio 5

Sean las matrices

$$A = \begin{pmatrix} a & 3 \\ b & 1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Determina a, b para que $A^2 = 4I$.

b) Para $a = -1$, $b = 1$, calcula, si es posible, X tal que $A^2X = B^t$.

2026

Ejercicio 1.41 · Junio · Ejercicio 3.2

Considera la matriz

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & \beta & 1 \\ 2 & \alpha & \beta \\ 3 & 4 & \alpha \end{pmatrix}, \qquad \det A = -2$$

Calcula:

a)

$$\begin{vmatrix} -3 & -4 & -\alpha \\ \alpha - 2 & \beta - \alpha & 1 - \beta \\ 8 & 4\alpha & 4\beta \end{vmatrix}$$

b)

$$\det\left(A^{-1}(A^t)^2 A\right)$$

Ejercicio 1.42 · Julio · Ejercicio 3.2

Sean las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

a) Halla razonadamente el determinante de X si $A^3 X B^t = 5B^2 A^{-1}$.

b) Determina, si existe, Y tal que $A^3 Y B^{-1} = A^2$.

Ejercicio 1.43 · Reserva 2 · Ejercicio 4.1

Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \qquad C = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

calcula X que satisface $X - 2C = B^t + XA$.

BLOQUE 2

Sistemas de ecuaciones lineales

Unidad 2

2016

Ejercicio 2.1 · Junio · Ejercicio 3 · Opción B

Considera el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} (3\alpha - 1)x + 2y = 5 - \alpha \\ \alpha x + y = 2 \\ 3\alpha x + 3y = \alpha + 5 \end{cases}$$

a) Discútelo según los valores de α.

b) Resuélvelo para $\alpha = 1$ y determina si hay alguna solución con $x = 4$.

Ejercicio 2.2 · Septiembre · Ejercicio 3 · Opción A

Considera el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} 2x - 4y + 2z = 1 \\ 5x - 11y + 9z = \lambda \\ x - 3y + 5z = 2 \end{cases}$$

a) Discútelo según los valores de λ.

b) Resuélvelo, si es posible, para $\lambda = 4$.

Ejercicio 2.3 · Reserva 1 · Ejercicio 3 · Opción B

Considera el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} x + \lambda y + z = \lambda \\ \lambda x + y + z = 1 \\ x + y + \lambda z = 1 \end{cases}$$

a) Determina los valores de λ para los que hay infinitas soluciones.

b) Resuelve el sistema para $\lambda = -2$.

Ejercicio 2.4 · Reserva 3 · Ejercicio 3 · Opción B

Un informe sobre los beneficios de tres empresas, A, B y C, indica que B obtiene el mismo beneficio que A y C juntas, y que el beneficio de A es la media aritmética de los de las otras dos.

a) ¿Se puede determinar el beneficio de cada empresa si, además, A ha obtenido el doble que C?

b) Calcula los beneficios si entre las tres han obtenido 210 millones de euros.

2017

Ejercicio 2.5 · Junio · Ejercicio 3 · Opción A

Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}, \qquad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

a) Determina los valores de λ para los que $A + \lambda I$ no tiene inversa.

b) Resuelve $AX = -3X$ y determina si existe alguna solución con $x = 1$.

Ejercicio 2.6 · Junio · Ejercicio 3 · Opción B

Tres lápices, un rotulador y dos carpetas cuestan 15 euros. Dos lápices, cuatro rotuladores y una carpeta cuestan 20 euros.

a) Si un lápiz y siete rotuladores cuestan 25 euros, ¿se puede deducir el precio de cada artículo? Razona la respuesta.

b) Si por el precio de una carpeta se pueden comprar diez lápices, ¿cuánto cuesta cada artículo?

Ejercicio 2.7 · Reserva 2 · Ejercicio 3 · Opción A

Sean

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad M = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

a) Calcula BM.

b) Razona si $AX = B$ tiene solución y, en caso afirmativo, cuántas.

c) Resuelve $AX = B$.

Ejercicio 2.8 · Reserva 4 · Ejercicio 3 · Opción A

Considera el sistema $AX = B$, siendo

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & m & m \\ m & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ m \end{pmatrix}$$

a) Discútelo según los valores de m.

b) Para $m = 2$, resuelve el sistema, si es posible.

2018

Ejercicio 2.9 · Junio · Ejercicio 3 · Opción A

Considera el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} x + 2y + (m+3)z = 3 \\ x + y + z = 3m \\ 2x + 4y + 3(m+1)z = 8 \end{cases}$$

a) Discútelo según los valores de m.

b) Resuélvelo para $m = -2$.

Ejercicio 2.10 · Junio · Ejercicio 3 · Opción B

a) Justifica que se pueden pagar 34,50 euros usando únicamente monedas de 50 céntimos, de 1 euro y de 2 euros, con exactamente 30 monedas y con tantas monedas de 1 euro como de los otros dos tipos juntas. ¿De cuántas maneras y con cuántas monedas de cada tipo?

b) Si se redondea el pago a 35 euros, ¿es posible pagar con las mismas condiciones? Justifica la respuesta.

Ejercicio 2.11 · Septiembre · Ejercicio 3 · Opción B

Considera el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} x + y + mz = m^2 \\ y - z = m \\ x + my + z = m \end{cases}$$

a) Discútelo según los valores de m.

b) Resuélvelo para $m = 1$ y calcula, si existe, una solución con $z = 2$.

Ejercicio 2.12 · Reserva 1 · Ejercicio 3 · Opción A

Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & \lambda \\ 2 & -\lambda & 1 \\ 2\lambda & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

a) Discute el rango de A según los valores de λ.

b) Para $\lambda = -2$, estudia y resuelve $AX = B$.

2019

Ejercicio 2.13 · Junio · Ejercicio 3 · Opción B

Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2-m & 1 & 2m-1 \\ 1 & m & 1 \\ m & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2m^2-1 \\ m \\ 1 \end{pmatrix}$$

discute el sistema $X^t A = B^t$ según los valores de m.

Ejercicio 2.14 · Septiembre · Ejercicio 3 · Opción A

Considera el sistema

$$\begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ (m+2)x + y - z = m \\ 3x + (m+2)y + z = m \end{cases}$$

a) Discútelo según los valores de m.

b) Resuélvelo, si es posible, para $m = 0$.

Ejercicio 2.15 · Reserva 1 · Ejercicio 3 · Opción B

Considera el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} mx - y + 13z = 0 \\ 2x - my + 4z = 0 \\ x + y + 7z = 0 \end{cases}$$

a) Encuentra los valores de m para los que tiene infinitas soluciones.

b) Resuélvelo para $m = 3$. ¿Existe alguna solución con $x = 10$? Razona la respuesta.

Ejercicio 2.16 · Reserva 2 · Ejercicio 3 · Opción B

Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}, \qquad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

a) Encuentra los valores de a para los que $AX = 2X$ tiene infinitas soluciones.

b) Para $a = 0$, resuelve $AX = 2X$, si es posible.

2020

Ejercicio 2.17 · Junio · Ejercicio 7

Considera

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} a \\ 2a \\ 3a \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

a) Discute $AX = B$ según los valores de a.

b) Para $a = 0$, resuelve $AX = B$ y calcula, si existe, una solución con $y + z = 4$.

Ejercicio 2.18 · Septiembre · Ejercicio 3

Considera el sistema $AX = B$, siendo

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ m & 4 & -2 \\ 0 & m+2 & -3 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 2m \\ 1 \end{pmatrix}$$

a) Discútelo según los valores de m.

b) Para $m = -2$, ¿existe alguna solución con $z = 0$? Calcúlala o justifica que no existe.

Ejercicio 2.19 · Reserva 1 · Ejercicio 7

Siendo $\lambda \in \mathbb{R}$, considera el sistema con dos incógnitas

$$\begin{cases} x + \lambda y = 2 \\ 2x + 4y = 1 \\ \lambda x + y = 2\lambda \end{cases}$$

Discútelo según los valores de λ y resuélvelo cuando sea posible.

Ejercicio 2.20 · Reserva 2 · Ejercicio 3

Considera el sistema

$$\begin{cases} ax + y + z = 1 \\ x + ay + z = a \\ x + y + az = a^2 \end{cases}$$

a) Discútelo según los valores de a.

b) Resuélvelo, si es posible, para $a = 1$ y $a = -2$.

2021

Ejercicio 2.21 · Junio · Ejercicio 5

Considera el sistema

$$\begin{cases} mx + 2y - z = 1 \\ 5x - 4y + 2z = 0 \\ x + 3my = m + \frac{2}{5} \end{cases}$$

a) Discútelo según los valores de m.

b) Resuélvelo para $m = 0$. ¿Existe alguna solución con $x = 0$? Calcúlala o justifica que no existe.

Ejercicio 2.22 · Junio · Ejercicio 6

Una empresa fabrica botellas, garrafas y bidones. Consume 10 kg de polietileno por hora: cada botella requiere 50 g; cada garrafa, 100 g; y cada bidón, 1 kg. Se produce el doble de botellas que de garrafas y, en total, 52 productos por hora. ¿Cuántas botellas, garrafas y bidones se producen cada hora?

Ejercicio 2.23 · Julio · Ejercicio 6

Una empresa de mensajería realiza 70 viajes semanales por tres rutas, A, B y C. El número de viajes por B es igual a la suma de los realizados por A y C.

a) Si el doble de la suma de los viajes por A y C es 70, ¿podemos deducir los viajes por cada ruta? Razona la respuesta.

b) Si el doble de viajes por C es igual al número de viajes por B menos 5, ¿cuántos viajes hace por cada ruta?

Ejercicio 2.24 · Reserva 1 · Ejercicio 6

Considera el sistema

$$\begin{cases} x + my + mz = 1 \\ x + 2my + (m+1)z = 1 \\ 2x + my + mz = 2 \end{cases}$$

a) Discútelo según los valores de m.

b) Resuélvelo, si es posible, para $m = 1$.

2022

Ejercicio 2.25 · Junio · Ejercicio 5

Considera el sistema

$$\begin{cases} x - y + mz = -3 \\ -mx + 3y - z = 1 \\ x - 4y + mz = -6 \end{cases}$$

a) Discútelo según los valores de m.

b) Para $m = 2$, resuelve el sistema, si es posible.

2023

Ejercicio 2.26 · Junio · Ejercicio 5

Una marca ha vendido coches blancos, negros y rojos. El 60 % de los blancos más el 50 % de los negros representa el 30 % de las ventas. El 20 % de los blancos, junto con el 60 % de los negros y el 60 % de los rojos, representa la mitad de los coches vendidos. Se han vendido 100 coches negros más que blancos. Determina cuántos coches de cada color se han vendido.

Ejercicio 2.27 · Julio · Ejercicio 6

El dueño de un bar compra refrescos, cerveza y vino por 500 euros antes de impuestos. El gasto en vino es 60 euros menor que los gastos en refrescos y cerveza juntos, antes de impuestos. Los impuestos son del 6 %, 12 % y 30 %, respectivamente. La factura total es de 592,40 euros. Calcula el importe, con impuestos, invertido en cada bebida.

2024

Ejercicio 2.28 · Junio · Ejercicio 6

Considera el sistema

$$\begin{cases} y + z = 1 \\ (k-1)x + y + z = k \\ x + (k-1)y + z = 0 \end{cases}$$

a) Discútelo según los valores de k.

b) Para $k = 1$, resuélvelo, si es posible. ¿Existe alguna solución con $y = 0$? Calcúlala o justifica que no existe.

Ejercicio 2.29 · Julio · Ejercicio 6

Un proveedor vende tres tipos de perfumes, A, B y C. Una tienda paga 2200 euros por 20 perfumes de A, 30 de B y 15 de C. En un segundo pedido, paga 1250 euros por 15 de A, 10 de B y 10 de C.

a) ¿Cuánto costará un pedido de 25 perfumes de A, 10 de B y 16 de C?

b) Si un perfume de C cuesta $\frac{2}{5}$ del precio de uno de A, ¿cuál es el precio de cada tipo?

Ejercicio 2.30 · Reserva 1 · Ejercicio 6

Determina un número natural de tres cifras cuya suma de dígitos sea 9. La diferencia entre dicho número y el obtenido al intercambiar las centenas y las unidades es 198, y la suma de ambos números es 828.

2025

Ejercicio 2.31 · Junio · Ejercicio 1

Juan paga 80 euros por un jersey, una camisa y un pantalón. El jersey cuesta un tercio de lo que cuestan la camisa y el pantalón juntos.

a) ¿Puede determinarse de forma única el precio del jersey? ¿Y el de la camisa? Razona las respuestas.

b) En rebajas habría pagado 57 euros, con descuentos del 30 %, 40 % y 20 % en jersey, camisa y pantalón, respectivamente. Calcula los precios antes de las rebajas.

Ejercicio 2.32 · Julio · Ejercicio 1

Tres números naturales suman 22. Cuatro veces el primero más tres veces el segundo más dos veces el tercero suman 61. ¿Puede ser 15 uno de ellos? Si es así, calcula los restantes. ¿Existen otras opciones?

2026

Ejercicio 2.33 · Junio · Ejercicio 3.1

Considera el sistema

$$\begin{cases} 3x - y = a^2 \\ (1-a)y + 2z = 0 \\ 4y + (3-a)z = a - 5 \end{cases}$$

a) Calcula a para que sea compatible indeterminado.

b) Resuélvelo, si es posible, para $a = 0$.

Ejercicio 2.34 · Julio · Ejercicio 3.1

Una familia compra semanalmente verdura, carne y pescado. En 2025 gastaba 115 euros, pagando el doble por el pescado que por la verdura. En 2026 paga 19 euros más por la misma compra: la verdura ha subido un 12 %, la carne un 15 % y el pescado un 20 %. Calcula cuánto paga semanalmente en 2026 por cada tipo de alimento.

Ejercicio 2.35 · Reserva 1 · Ejercicio 2

Una empresa vende productos A, B, C. Con un descuento del 10 % en A y del 20 % en B y C, comprar una unidad de cada tipo costaría 66 euros. Sin descuentos, tres unidades de A y cuatro de B cuestan 140 euros.

a) ¿Cuánto cuestan, sin descuento, tres unidades de A y ocho de C?

b) Determina los precios unitarios sin descuento si, además, C cuesta el doble que A.

BLOQUE 3

Geometría en el espacio

Unidades 3 y 4

2016

Ejercicio 3.1 · Junio · Ejercicio 4 · Opción A

Considera el punto $P(1,0,5)$ y la recta

$$r: \begin{cases} y + 2z = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

a) Determina el plano que pasa por P y es perpendicular a r.

b) Calcula la distancia de P a r y el punto simétrico de P respecto de r.

Ejercicio 3.2 · Junio · Ejercicio 4 · Opción B

Considera las rectas

$$r: \begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = 1 - \lambda \\ z = 1 \end{cases} \qquad s: \begin{cases} x + 2y = -1 \\ z = -1 \end{cases}$$

a) Comprueba que son coplanarias y halla el plano que las contiene.

b) Si dos lados de un cuadrado están en r y s, calcula su área.

Ejercicio 3.3 · Reserva 1 · Ejercicio 4 · Opción A

Un paralelogramo tiene vértices consecutivos A, B, C, D, con $A(1,0,-1)$, $B(3,2,1)$ y $C(-1,1,5)$.

a) Determina D.

b) Calcula el área del paralelogramo.

c) Halla la ecuación general del plano que lo contiene.

Ejercicio 3.4 · Reserva 1 · Ejercicio 4 · Opción B

Considera $P(1,0,-1)$ y el plano $\pi: 2x - y + z + 1 = 0$.

a) Halla el simétrico de P respecto de π.

b) Determina el plano que pasa por P, es perpendicular a π y paralelo a la recta $r: \{x - 2y = 1,\ z = 3\}$.

Ejercicio 3.5 · Reserva 2 · Ejercicio 4 · Opción B

Un rectángulo tiene vértices consecutivos A, B, C, D, con $A(1,1,0)$ y $B(2,2,1)$. La recta r que contiene a C y D pasa por el origen.

a) Halla unas ecuaciones paramétricas de r.

b) Calcula el área del triángulo ABC.

c) Determina las coordenadas de D.

Ejercicio 3.6 · Reserva 3 · Ejercicio 4 · Opción A

Considera el plano $\pi : x + 2y + z = 1$.

a) Halla el punto de π más próximo a $(3,1,2)$.

b) Determina un plano paralelo a π que forme con los ejes coordenados un triángulo de área $\sqrt{6}$.

Ejercicio 3.7 · Reserva 4 · Ejercicio 4 · Opción A

Sean las rectas

$$r : \begin{cases} x + z = 1 \\ y = -1 \end{cases} \qquad s : \begin{cases} x = 2 + \lambda \\ y = 2 \\ z = 2 + 2\lambda \end{cases}$$

a) Comprueba que se cruzan y halla la recta que corta perpendicularmente a ambas.

b) Calcula la distancia entre r y s.

2017

Ejercicio 3.8 · Junio · Ejercicio 4 · Opción A

Considera $P(1,-1,0)$ y la recta

$$r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 \\ z = t \end{cases}$$

a) Determina el plano que pasa por P y contiene a r.

b) Halla el simétrico de P respecto de r.

Ejercicio 3.9 · Junio · Ejercicio 4 · Opción B

Considera los vectores $\vec{u} = (1,0,1)$, $\vec{v} = (0,2,1)$ y $\vec{w} = (m,1,n)$.

a) Halla m y n si los tres vectores son linealmente dependientes y $\vec{w}$ es ortogonal a $\vec{u}$.

b) Para $n = 1$, halla los valores de m para que el tetraedro determinado por los tres vectores tenga volumen 10.

Ejercicio 3.10 · Reserva 1 · Ejercicio 4 · Opción A

Considera $\vec{u} = (2, 3, 4)$, $\vec{v} = (-1, -1, -1)$ y $\vec{w} = (-1, \lambda, -5)$, con $\lambda \in \mathbb{R}$.

a) Halla los valores de λ para los que el paralelepípedo determinado por los vectores tiene volumen 6.

b) Determina λ para que sean linealmente dependientes.

Ejercicio 3.11 · Reserva 1 · Ejercicio 4 · Opción B

La recta r pasa por $A(4, 3, 6)$ y $B(-2, 0, 0)$. La recta s viene dada por

$$s: \begin{cases} x = 2 + \lambda \\ y = \lambda \\ z = 1 - 2\lambda \end{cases}$$

a) Determina la posición relativa de r y s.

b) Calcula los puntos C de s para los que $\overrightarrow{CA}$ y $\overrightarrow{CB}$ son ortogonales.

Ejercicio 3.12 · Reserva 2 · Ejercicio 4 · Opción A

Considera las rectas

$$r: \begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ x - z + 1 = 0 \end{cases} \qquad s: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = 2 \end{cases}$$

a) Determina la recta que corta perpendicularmente a r y a s.

b) Halla la distancia entre ambas rectas.

2018

Ejercicio 3.13 · Junio · Ejercicio 4 · Opción A

Considera $P(1, 0, -1)$, $Q(2, 1, 1)$ y la recta

$$r: x - 5 = y = \frac{z + 2}{-2}$$

a) Determina el simétrico de P respecto de r.

b) Calcula el punto de r que equidista de P y Q.

Ejercicio 3.14 · Junio · Ejercicio 4 · Opción B

Considera $P(2, -1, 3)$ y el plano $\pi: 3x + 2y + z = 5$.

a) Calcula el simétrico de P respecto de π.

b) Calcula la distancia de P a π.

Ejercicio 3.15 · Septiembre · Ejercicio 4 · Opción A

Considera las rectas

$$r : \frac{x+1}{2} = y = \frac{z+1}{3} \qquad s : \begin{cases} 2x - 3y = -5 \\ y - 2z = -1 \end{cases}$$

a) Estudia su posición relativa.

b) Calcula la distancia entre ellas.

Ejercicio 3.16 · Reserva 1 · Ejercicio 4 · Opción A

Considera el plano $\pi : x + 2y + z = 6$.

a) Determina la recta perpendicular a π que pasa por el origen.

b) Halla el simétrico del origen respecto de π.

c) Calcula el volumen del tetraedro determinado por el origen y los puntos de corte de π con los ejes.

Ejercicio 3.17 · Reserva 1 · Ejercicio 4 · Opción B

Considera las rectas

$$r : x - 2 = y - 2 = z \qquad s : \begin{cases} x = 4 + t \\ y = 4 + t \\ z = mt \end{cases}$$

a) Determina m para que sean paralelas.

b) ¿Existe algún valor de m para que sean la misma recta?

c) Para $m = 1$, calcula el plano que contiene a ambas.

2019

Ejercicio 3.18 · Junio · Ejercicio 4 · Opción A

Considera la recta

$$r : \frac{x-2}{-1} = \frac{y-2}{3} = z - 1$$

y los planos $\pi_1 : x = 0$ y $\pi_2 : y = 0$.

a) Halla los puntos de r que equidistan de ambos planos.

b) Determina la posición relativa de r y la recta de intersección de π_1 y π_2.

Ejercicio 3.19 · Junio · Ejercicio 4 · Opción B

Considera el triángulo de vértices $A(1, 1, 0)$, $B(1, 0, 2)$ y $C(0, 2, 1)$.

a) Halla su área.

b) Calcula el coseno del ángulo en A.

Ejercicio 3.20 · Septiembre · Ejercicio 4 · Opción A

Considera $\vec{u} = (1, 2, 3)$, $\vec{v} = (1, -2, -1)$ y $\vec{w} = (2, \alpha, \beta)$, con $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

a) Determina α y β para que $\vec{w}$ sea ortogonal a $\vec{u}$ y a $\vec{v}$.

b) Determina α y β para que $\vec{w}$ y $\vec{v}$ tengan la misma dirección.

c) Para $\alpha = 8$, halla β para que $\vec{w}$ sea combinación lineal de $\vec{u}$ y $\vec{v}$.

Ejercicio 3.21 · Septiembre · Ejercicio 4 · Opción B

Considera las rectas

$$r : x - 2 = \frac{y - k}{2} = \frac{z}{2} \qquad s : \frac{x + 1}{-1} = y - 1 = z - 3$$

a) Halla k si ambas se cortan en un punto.

b) Para $k = 1$, halla el plano que contiene a r y es paralelo a s.

Ejercicio 3.22 · Reserva 1 · Ejercicio 4 · Opción A

Considera $A(2, 1, 0)$ y los planos $\pi_1 : x + y + z = 0$, $\pi_2 : x - y + z = 0$.

a) Calcula la recta que pasa por A y es paralela a ambos planos.

b) Calcula los puntos de $s : \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{2}$ que equidistan de ambos planos.

2020

Ejercicio 3.23 · Junio · Ejercicio 4

Siendo $a \neq 0$, considera las rectas

$$r : x - 1 = y - 2 = \frac{z - 1}{a} \qquad s : \frac{x - 3}{-a} = \frac{y - 3}{-1} = \frac{z + 1}{2}$$

a) Estudia su posición relativa según a.

b) Para $a = 2$, determina la recta que pasa por su punto de corte y es perpendicular a ambas.

Ejercicio 3.24 · Junio · Ejercicio 8

Considera $A(1, -2, 0)$ y la recta

$$r : \begin{cases} x + y = 0 \\ y - 3z + 2 = 0 \end{cases}$$

a) Calcula el plano que pasa por A y es perpendicular a r.

b) Calcula el plano que pasa por A y contiene a r.

Ejercicio 3.25 · Septiembre · Ejercicio 4

Considera el plano $\pi : x - y + az = 0$ y la recta

$$r : \begin{cases} 4x - 3y + 4z = 1 \\ 3x - 2y + z = 0 \end{cases}$$

a) Halla a si π es paralelo a r.

b) Determina el plano perpendicular a r que pasa por $P(1, 2, 3)$.

Ejercicio 3.26 · Septiembre · Ejercicio 8

Considera el plano $\pi : x - y + z = 2$ y la recta

$$r : \frac{x}{2} = y + 1 = \frac{z + 2}{-1}$$

a) Calcula la distancia entre r y π.

b) Halla el plano perpendicular a π que contiene a r.

Ejercicio 3.27 · Reserva 1 · Ejercicio 4

Considera el tetraedro de vértices $A(0, 0, 0)$, $B(1, 1, 0)$, $C(0, 1, 3)$ y $D(1, 0, 3)$.

a) Calcula su volumen.

b) Calcula la altura trazada desde A.

2021

Ejercicio 3.28 · Junio · Ejercicio 7

Considera las rectas

$$r : \begin{cases} 2x - 3y + z - 2 = 0 \\ -3x + 2y + 2z + 1 = 0 \end{cases} \qquad s : \begin{cases} x = 3 - 2\lambda \\ y = -1 + \lambda \\ z = -2 + 2\lambda \end{cases}$$

a) Calcula el plano perpendicular a s que pasa por $P(1, 0, -5)$.

b) Calcula el seno del ángulo que forma r con $\pi : -2x + y + 2z = 0$.

Ejercicio 3.29 · Junio · Ejercicio 8

La recta $r : \frac{x+3}{2} = \frac{y+4}{2} = \frac{z-3}{3}$ y la recta s, que pasa por $P(1, 0, 2)$ y $Q(a, 1, 0)$, se cortan en un punto. Calcula a y el punto de corte.

Ejercicio 3.30 · Reserva 1 · Ejercicio 7

Considera $P(1,2,6)$ y $\pi : 2x - y + z = 0$.

a) Halla los planos paralelos a π cuya distancia a él sea $\sqrt{6}$.

b) Halla el simétrico de P respecto de π.

Ejercicio 3.31 · Reserva 2 · Ejercicio 7

Considera $P(1,0,1)$ y $\pi : x - y + z + 1 = 0$.

a) Halla el simétrico de P respecto de π.

b) Halla la distancia de P a π.

2022

Ejercicio 3.32 · Junio · Ejercicio 7

Considera $\vec{u} = (-1,2,3)$, $\vec{v} = (2,0,-1)$ y $A(-4,4,7)$.

a) Calcula a, b para que $\vec{w} = (1,a,b)$ sea ortogonal a $\vec{u}$ y $\vec{v}$.

b) Determina los cuatro vértices de un paralelogramo cuyos lados tengan las direcciones de $\vec{u}$ y $\vec{v}$, y cuya diagonal sea $\overrightarrow{OA}$, siendo O el origen.

Ejercicio 3.33 · Junio · Ejercicio 8

Considera la recta $r : x - 2 = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{2}$ y la recta s, que pasa por $P(1,2,3)$ y tiene vector director $\vec{v} = (1+a, -a, 3a)$.

a) Calcula a para que ambas rectas se corten.

b) Calcula a para que sean perpendiculares.

Ejercicio 3.34 · Julio · Ejercicio 7

Considera las rectas

$$r : x + 1 = y - a = -z \qquad s : \begin{cases} x = 5 + 2\lambda \\ y = -3 \\ z = 2 - \lambda \end{cases}$$

a) Calcula a para que se corten y determina el punto de corte.

b) Halla el plano que pasa por $P(8,-7,2)$ y contiene a s.

Ejercicio 3.35 · Julio · Ejercicio 8

Considera $\pi : x + y - z = 2$ y $r : x = \frac{y}{3} = z - 1$.

a) Calcula, si existe, su punto de intersección.

b) Halla el simétrico de $Q(2,6,3)$ respecto de π.

2023

Ejercicio 3.36 · Junio · Ejercicio 7

El plano perpendicular al segmento de extremos $P(0,3,8)$ y $Q(2,1,6)$ que pasa por su punto medio corta a los ejes en A, B, C. Halla el área del triángulo ABC.

Ejercicio 3.37 · Junio · Ejercicio 8

Considera $A(-1,1,3)$ y la recta r que pasa por $B(2,1,1)$ y $C(0,1,-1)$.

a) Halla la distancia de A a r.

b) Calcula el área del triángulo ABC.

Ejercicio 3.38 · Julio · Ejercicio 7

Considera $\pi_1 : x - y + z = 0$ y $\pi_2 : x + y = 2$.

a) Calcula la distancia entre su recta de intersección y $P(2,6,-2)$.

b) Halla el ángulo que forman los dos planos.

Ejercicio 3.39 · Julio · Ejercicio 8

Calcula el volumen del tetraedro que limita el plano determinado por $A(0,2,-2)$, $B(3,2,1)$ y $C(2,3,2)$ con los planos coordenados.

2024

Ejercicio 3.40 · Junio · Ejercicio 7

a) Halla el simétrico de $P(2,2,1)$ respecto de $r : \{x - 2y + z = 2,\ y - z = 1\}$.

b) Halla el simétrico de $Q(1,-1,-3)$ respecto de $\pi : x - 2y + z + 6 = 0$.

Ejercicio 3.41 · Junio · Ejercicio 8

Considera las rectas

$$r : \begin{cases} y = 0 \\ 2x - z = 0 \end{cases} \qquad s : \begin{cases} x + y + 7 = 0 \\ z = 0 \end{cases}$$

a) Estudia su posición relativa.

b) Calcula el plano paralelo a ambas rectas que equidista de ellas.

Ejercicio 3.42 · Julio · Ejercicio 7

Considera $\pi : x - 2y + z - 2 = 0$ y la recta

$$r : \begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = \lambda \\ z = 1 \end{cases} \qquad \lambda \in \mathbb{R}$$

a) Estudia su posición relativa.

b) Calcula la recta contenida en π que pasa por $P(2, -1, -2)$ y es perpendicular a r.

Ejercicio 3.43 · Reserva 1 · Ejercicio 7

Considera $P(1, 0, 1)$ y $Q(3, -2, 1)$.

a) Calcula el plano perpendicular al segmento PQ que pasa por su punto medio.

b) Calcula el plano paralelo a $r : 1 - x = \frac{y-2}{3} = z + 1$ que pasa por P y Q.

Ejercicio 3.44 · Reserva 1 · Ejercicio 8

Considera $A(1, 1, 2)$, $B(1, 0, 1)$ y $C(1, -1, 2)$.

a) Calcula el área del triángulo ABC.

b) Calcula D para que A, B, C, D sean los vértices consecutivos de un paralelogramo.

2025

Ejercicio 3.45 · Junio · Ejercicio 4

Sean $O(0, 0, 0)$, $A(0, 2, -2)$, $B(1, 2, m)$ y $C(2, 3, 2)$.

a) Halla m para que el tetraedro $OABC$ tenga volumen 3.

b) Para $m = 0$, calcula la distancia de O al plano ABC.

Ejercicio 3.46 · Junio · Ejercicio 5

Considera $P(1, 1, 1)$ y $r : x - 1 = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{2}$.

a) Halla el plano que pasa por P y contiene a r.

b) Halla la recta que pasa por P y corta perpendicularmente a r.

Ejercicio 3.47 · Julio · Ejercicio 4

Considera $r : \{x - y + z = 3,\ x + 2y - z = 4\}$ y $\pi : mx - y - 2z = 5$.

a) Halla m para que r y π sean paralelos.

b) Para $m = -8$, calcula la distancia de r a π.

Ejercicio 3.48 · Julio · Ejercicio 5

Considera las rectas

$$r: \frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-2}{-1} \qquad s: \begin{cases} x = 1-\lambda \\ y = 2+\lambda \\ z = -3-2\lambda \end{cases}$$

a) Estudia su posición relativa.

b) Halla un plano que contenga a r y a una recta perpendicular a r y a s.

Ejercicio 3.49 · Reserva 1 · Ejercicio 4

Sean $A(3,-1,1)$, $B(1,3,-3)$ y $C(-2,-2,1)$.

a) Calcula el área del triángulo ABC.

b) Halla los puntos D del eje OZ para que el tetraedro $ABCD$ tenga volumen 20.

Ejercicio 3.50 · Reserva 1 · Ejercicio 5

Considera $\pi: 2x + y + 2z + 5 = 0$.

a) Calcula el simétrico de $P(1,0,1)$ respecto de π.

b) Halla los planos paralelos a π que distan 2 unidades de él.

Ejercicio 3.51 · Reserva 2 · Ejercicio 6

Considera $\pi: x + y + z + 1 = 0$, $A(1,2,0)$ y $B(3,1,0)$.

a) Calcula el simétrico de A respecto de π.

b) Halla el plano que contiene a A, B y es perpendicular a π.

Ejercicio 3.52 · Reserva 3 · Ejercicio 6

Considera $r: \{x + y + z = 0,\ y - z = 0\}$ y $P(2,1,0)$.

a) Halla la distancia de P a r.

b) Calcula el plano que contiene a r y a P.

Ejercicio 3.53 · Reserva 4 · Ejercicio 1

Considera las rectas

$$r: x = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-k}{2} \qquad s: \frac{x+2}{-1} = \frac{y+3}{2} = z-1$$

a) Determina k si se cortan en un punto.

b) Para $k = 0$, halla el plano que contiene a r y es paralelo a s.

2026

Ejercicio 3.54 · Junio · Ejercicio 2

Considera $A(1,2,0)$, $B(2,m,1)$, $C(3,4,2)$ y $D(1,-1,m)$.

a) Halla m para que los cuatro puntos sean coplanarios.

b) Para $m=1$, calcula el área del triángulo ABC y el volumen del tetraedro $ABCD$.

Ejercicio 3.55 · Julio · Ejercicio 4.1

Considera la recta

$$r:\begin{cases} x=-2\lambda \\ y=-1+2\lambda \\ z=3+2\lambda \end{cases}$$

y el plano $\pi: x-2y+z-3=0$.

a) Determina la recta contenida en π que corta perpendicularmente a r.

b) Halla el simétrico de $P(1,1,1)$ respecto de π.

Ejercicio 3.56 · Reserva 1 · Ejercicio 3.1

Considera $\pi: 4x+5y-20z+20=0$.

a) Halla el área del triángulo cuyos vértices son las intersecciones de π con los ejes.

b) Halla los planos paralelos a π que distan 2 unidades de $P(2,2,1)$.

Ejercicio 3.57 · Reserva 1 · Ejercicio 3.2

Considera $\pi_1: 2x-y-z=7$, $\pi_2: x-2y+z=3$ y $P(1,1,0)$.

a) Determina la recta que pasa por P y es paralela a ambos planos.

b) Halla el plano que pasa por P y es perpendicular a ambos planos.

Ejercicio 3.58 · Reserva 2 · Ejercicio 2

Considera $P(4,-2,3)$ y $Q(6,2,1)$.

a) Halla el plano respecto del que P, Q son simétricos.

b) Determina el ángulo entre $2x+y+z-5=0$ y la recta que une P, Q.

BLOQUE 4

Límites, derivadas y funciones

Unidades 5 y 6

2016

Ejercicio 4.1 · Junio · Ejercicio 1 · Opción A

Sabiendo que el límite

$$\lim_{x\to 0} \frac{-a\sin(x) + x\cos(3x) + \log(x+1)}{x^2}$$

es finito, calcula a y el valor del límite.

Ejercicio 4.2 · Junio · Ejercicio 1 · Opción B

Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$.

a) Estudia sus asíntotas y calcula los puntos donde cortan a la gráfica.

b) Halla los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos, indicando abscisas y valores.

c) Esboza la gráfica.

Ejercicio 4.3 · Septiembre · Ejercicio 1 · Opción A

Sabiendo que el límite

$$\lim_{x\to 0} -\frac{m}{2x} + \frac{1}{e^x - 1}$$

es finito, calcula m y el valor del límite.

Ejercicio 4.4 · Septiembre · Ejercicio 1 · Opción B

Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = x^2 e^{-x^2}$.

a) Estudia las asíntotas de su gráfica.

b) Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos, indicando abscisas y valores.

c) Esboza su gráfica.

Ejercicio 4.5 · Reserva 1 · Ejercicio 1 · Opción A

Sabiendo que el límite

$$\lim_{x\to 0} \frac{(a\cos(\pi x) + 1)\cos(\pi x)}{\sin\left(x^2\right)}$$

es finito, calcula a y el valor del límite.

Ejercicio 4.6 · Reserva 1 · Ejercicio 1 · Opción B

Con un cartón cuadrado de 50 cm de lado se construye una caja sin tapa, recortando cuadrados de x cm de lado en las cuatro esquinas y plegando los bordes. Halla x para que el volumen sea máximo y calcula ese volumen.

Ejercicio 4.7 · Reserva 2 · Ejercicio 1 · Opción A

Sea $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \frac{\ln x}{x}$, donde ln es el logaritmo neperiano.

a) Estudia sus asíntotas.

b) Halla los extremos relativos, indicando abscisas y valores, y los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

Ejercicio 4.8 · Reserva 2 · Ejercicio 1 · Opción B

Sea $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, definida en $\mathbb{R}$. Determina a, b, c si la gráfica tiene tangente horizontal en $x = 1$ y un punto de inflexión en $(-1, 5)$.

Ejercicio 4.9 · Reserva 4 · Ejercicio 1 · Opción A

Se quiere construir un bote de conservas cilíndrico, con tapa, de un litro de capacidad. Calcula sus dimensiones para utilizar la menor cantidad posible de hojalata.

Ejercicio 4.10 · Reserva 4 · Ejercicio 1 · Opción B

Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = |x^2 - 4|$.

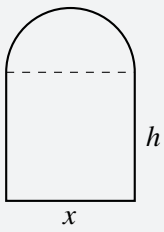
a) Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos, indicando abscisas y valores.

b) Calcula la recta tangente y la recta normal en $x = -1$.

2017

Ejercicio 4.11 · Junio · Ejercicio 1 · Opción A

Se quiere hacer una puerta rectangular coronada por un semicírculo, como en la figura. El hueco debe tener 16 m^2. Determina, si es posible, la base x para que el perímetro sea mínimo.



Ejercicio 4.12 · Junio · Ejercicio 1 · Opción B

Considera $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$, para $x \neq 1$.

a) Estudia sus asíntotas.

b) Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos, indicando abscisas y valores.

Ejercicio 4.13 · Septiembre · Ejercicio 1 · Opción B

Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$.

a) Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos, indicando abscisas y valores.

b) Halla la recta normal en $x = 0$.

Ejercicio 4.14 · Reserva 3 · Ejercicio 1 · Opción B

Sea $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, definida en $\mathbb{R}$. Calcula a, b, c, d si f tiene un extremo relativo en $(0, 1)$ y un punto de inflexión en $(1, -1)$.

2018

Ejercicio 4.15 · Junio · Ejercicio 1 · Opción A

Halla a, b, c si $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ tiene en $x = 1$ un punto de derivada nula que no es extremo relativo, y la gráfica pasa por $(1, 1)$.

Ejercicio 4.16 · Junio · Ejercicio 1 · Opción B

Determina $k \neq 0$ para que la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sea derivable:

$$f(x) = \begin{cases} 3 - kx^2, & x \leq 1 \\ \dfrac{2}{kx}, & x > 1 \end{cases}$$

Ejercicio 4.17 · Septiembre · Ejercicio 1 · Opción A

Considera $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + c, & x \leq 0 \\ \dfrac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x}, & x > 0 \end{cases}$$

Determina a, b, c si f es continua, alcanza un máximo relativo en $x = -1$ y la tangente en $x = -2$ tiene pendiente 2.

Ejercicio 4.18 · Septiembre · Ejercicio 1 · Opción B

Considera $f(x) = a\ln x + bx^2 + x$, para $x > 0$.

a) Halla a, b si f tiene extremos relativos en $x = 1$ y $x = 2$.

b) ¿De qué tipo son esos extremos?

Ejercicio 4.19 · Reserva 1 · Ejercicio 1 · Opción B

Considera $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, dada por

$$f(x) = \begin{cases} -xe^{x-1}, & x \leq 0 \\ xe^{x-1}, & 0 < x \leq 1 \\ xe^{1-x}, & x > 1 \end{cases}$$

a) Estudia su derivabilidad en $x = 0$ y $x = 1$.

b) Estudia la existencia de asíntotas horizontales.

Ejercicio 4.20 · Reserva 2 · Ejercicio 1 · Opción B

Sea $f(x) = \frac{e^x}{x-1}$, para $x \neq 1$.

a) Estudia las asíntotas.

b) Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los máximos y mínimos relativos, indicando abscisas y valores.

c) Esboza la gráfica e indica los cortes con los ejes.

Ejercicio 4.21 · Reserva 4 · Ejercicio 1 · Opción A

Calcula

$$\lim_{x\to 0} \frac{\tan x - x}{x - \sin x}$$

2019

Ejercicio 4.22 · Junio · Ejercicio 1 · Opción A

Considera $f(x) = \frac{x^2+3x+4}{2x+2}$, para $x \neq -1$.

a) Estudia y halla las asíntotas.

b) Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

Ejercicio 4.23 · Junio · Ejercicio 1 · Opción B

Considera $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = (x - a)e^x$.

a) Determina a si la función tiene un punto crítico en $x = 0$.

b) Para $a = 1$, calcula los puntos de inflexión.

Ejercicio 4.24 · Septiembre · Ejercicio 1 · Opción A

Sea $f(x) = 6 - \frac{x^2}{6}$, definida en $\mathbb{R}$. Calcula las dimensiones del rectángulo de área máxima, con lados paralelos a los ejes, inscrito en el recinto entre la gráfica y $y = 0$.

Ejercicio 4.25 · Septiembre · Ejercicio 1 · Opción B

Se sabe que la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ es derivable y viene dada por

$$f(x) = \begin{cases} \sin x + ax + b, & x \leq 0 \\ \dfrac{\ln(1+x)}{x}, & x > 0 \end{cases}$$

Calcula a, b.

Ejercicio 4.26 · Reserva 1 · Ejercicio 1 · Opción A

Calcula

$$\lim_{x \to 0} \frac{\cos x - e^{-2x} - 2x}{\sin^2 x}$$

Ejercicio 4.27 · Reserva 3 · Ejercicio 1 · Opción B

Sea $f : (1, e) \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \frac{1}{x} + \ln x$. Determina la recta tangente a la gráfica que tiene pendiente máxima.

2020

Ejercicio 4.28 · Junio · Ejercicio 1

Considera $f(x) = \frac{x^2-2x-3}{x^2-1}$, para $x \neq 1, -1$.

a) Estudia y halla las asíntotas.

b) Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

Ejercicio 4.29 · Junio · Ejercicio 5

Sea $f : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \frac{\sin x}{2 - \cos x}$.

a) Halla los extremos absolutos, indicando abscisas y valores.

b) Determina la recta tangente y la recta normal en $x = \frac{\pi}{3}$.

Ejercicio 4.30 · Septiembre · Ejercicio 1

Considera $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, dada por $f(x) = e^x(x^2 - 5x + 6)$. Determina los intervalos de concavidad y convexidad y los puntos de inflexión.

Ejercicio 4.31 · Septiembre · Ejercicio 5

Sea la función derivable $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \begin{cases} e^{2ax-4b}, & x < 1 \\ 1 - x \ln x, & x \geq 1 \end{cases}$$

a) Determina a, b.

b) Halla la recta tangente en $x = 2$.

Ejercicio 4.32 · Reserva 1 · Ejercicio 1

Calcula a sabiendo que

$$\lim_{x \to 0} \left(\frac{1}{\ln(1-x)} - \frac{ax-1}{x} \right) = \frac{7}{2}$$

Ejercicio 4.33 · Reserva 2 · Ejercicio 1

Sabiendo que el límite

$$\lim_{x \to 0} \frac{-x\,(a+1) + xe^x - \log\,(x+1)}{x^2}$$

es finito, calcula a y el valor del límite.

Ejercicio 4.34 · Reserva 2 · Ejercicio 5

Sea $f(x) = \frac{|x|}{2-x}$, para $x \neq 2$.

a) Estudia su derivabilidad.

b) Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

Ejercicio 4.35 · Reserva 3 · Ejercicio 1

Considera $f(x) = \frac{x^3}{x^2-1}$, para $x \neq 1, -1$.

a) Estudia y halla las asíntotas.

b) Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

2021

Ejercicio 4.36 · Junio · Ejercicio 1

La gráfica de $f(x) = \frac{ax^2+bx+2}{x-1}$, para $x \neq 1$, tiene una asíntota oblicua que pasa por $(1, 1)$ y tiene pendiente 2. Calcula a, b.

Ejercicio 4.37 · Junio · Ejercicio 2

Considera la función continua $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, dada por

$$f(x) = \begin{cases} (3x-6)e^x, & x \leq 0 \\ \dfrac{36(\sin x - ax)}{x^3}, & x > 0 \end{cases}$$

a) Calcula a.

b) Halla la recta tangente en $x = -1$.

Ejercicio 4.38 · Julio · Ejercicio 1

Calcula a, b sabiendo que

$$\lim_{x \to 0} \frac{a(1-\cos x) + b \sin x - 2(e^x - 1)}{x^2} = 7$$

Ejercicio 4.39 · Julio · Ejercicio 2

Halla $a > 0$ y $b > 0$ si la gráfica de $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \frac{bx^2}{1+ax^4}$, tiene un punto crítico en $(1, 2)$.

Ejercicio 4.40 · Reserva 2 · Ejercicio 1

Sabiendo que el límite

$$\lim_{x \to 0} -\frac{a}{x} + \frac{x+1}{\log(x+1)}$$

es finito, calcula a y el valor del límite.

Ejercicio 4.41 · Reserva 3 · Ejercicio 1

Sea la función derivable $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{ax+b}{x-1}, & x \leq 0 \\ \ln(1+x), & x > 0 \end{cases}$$

a) Determina a, b.

b) Halla las rectas tangente y normal a la gráfica en $x = 2$.

2022

Ejercicio 4.42 · Junio · Ejercicio 1

Considera la función continua

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x}, & x < -1 \\ ax + b, & -1 \le x < 1 \\ \dfrac{x^2}{x+1}, & x \ge 1 \end{cases}$$

a) Calcula a, b.

b) Estudia y halla las asíntotas.

Ejercicio 4.43 · Junio · Ejercicio 2

Entre los rectángulos con lados paralelos a los ejes, determina las dimensiones del de área máxima que puede inscribirse en la región limitada por $f(x) = 4 - \frac{x^2}{3}$ y $g(x) = \frac{x^2}{6} - 2$.

Ejercicio 4.44 · Julio · Ejercicio 1

Calcula a sabiendo que

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{ax}{(\ln x)^3 + 2x} = 1$$

Ejercicio 4.45 · Julio · Ejercicio 2

Calcula los vértices y el área del rectángulo de área máxima inscrito en el recinto limitado por $f(x) = -x^2 + 12$ y el eje de abscisas, con la base sobre dicho eje.

2023

Ejercicio 4.46 · Junio · Ejercicio 1

Considera $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \frac{1}{e^x + e^{-x}}$.

a) Estudia y halla los máximos y mínimos absolutos, indicando abscisas y valores.

b) Calcula $\lim_{x \to +\infty} x^2 f(x)$.

Ejercicio 4.47 · Junio · Ejercicio 2

Sea $f : [-2, 2] \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = x^3 - 2x + 5$.

a) Determina las abscisas donde la pendiente de la tangente coincide con la de la recta que pasa por $(-2, f(-2))$ y $(2, f(2))$.

b) Determina las rectas tangente y normal en el punto de inflexión.

Ejercicio 4.48 · Julio · Ejercicio 1

Sea $f : [-2, 2\pi] \to \mathbb{R}$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} 5x + 1, & -2 \le x \le 0 \\ e^x \cos x, & 0 < x \le 2\pi \end{cases}$$

a) Halla los extremos relativos y absolutos, indicando abscisas y valores.

b) Halla la recta tangente en $x = \frac{\pi}{2}$.

Ejercicio 4.49 · Julio · Ejercicio 2

Sea $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = x(\ln x)^2$.

a) Calcula sus extremos relativos, si existen, indicando abscisas y valores.

b) Calcula sus extremos absolutos, si existen, indicando abscisas y valores.

2024

Ejercicio 4.50 · Junio · Ejercicio 1

Sea $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \ln x$, y los puntos de su gráfica $A(1, 0)$ y $B(e, 1)$.

a) Determina los puntos de la gráfica donde la tangente es paralela a la recta que pasa por A y B.

b) Determina la recta normal a la gráfica en A.

Ejercicio 4.51 · Junio · Ejercicio 2

Considera la función continua

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x \cos x - a \sin x}{x^3}, & x < 0 \\ b \cos x - 1, & x \ge 0 \end{cases}$$

Calcula a, b.

Ejercicio 4.52 · Julio · Ejercicio 1

Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = a + b \cos x + c \sin x$. Halla a, b, c si la recta $y = 1$ es tangente a la gráfica en $x = \frac{\pi}{2}$, y la recta $y = x - 1$ corta a la gráfica en $x = 0$.

Ejercicio 4.53 · Julio · Ejercicio 2

Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, dada por $f(x) = (x - \frac{1}{2})e^{-x^2}$.

a) Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

b) Halla los extremos absolutos, indicando abscisas y valores.

Ejercicio 4.54 · Reserva 1 · Ejercicio 1

Sea $f(x) = \frac{ax^3+bx^2+x-1}{x^2-1}$, para $x \neq \pm 1$. Su gráfica tiene una asíntota oblicua que pasa por $(0, 1)$ y es paralela a $y = 2x$. Calcula la asíntota y los valores de a, b.

Ejercicio 4.55 · Reserva 1 · Ejercicio 2

Considera $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \arctan(x + \pi)$.

a) Calcula los intervalos de concavidad y convexidad y los puntos de inflexión, indicando abscisas y valores.

b) Calcula $\lim_{x\to-\pi} \frac{\arctan(x+\pi)}{\sin x}$.

2025

Ejercicio 4.56 · Junio · Ejercicio 2

Sabiendo que el límite

$$\lim_{x\to 0} \frac{-ax + \sin(x) - 2\cos(x) + 2}{-x\cos(x) + e^x - 1}$$

es finito, calcula a y el valor del límite.

Ejercicio 4.57 · Junio · Ejercicio 3

Sea $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$, dada por $f(x) = a + \frac{\ln x}{x^2}$.

a) Calcula a para que $y = 1$ sea una asíntota horizontal.

b) Para $a = 0$, determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos, indicando abscisas y valores.

Ejercicio 4.58 · Julio · Ejercicio 6

Calcula a, b sabiendo que

$$\lim_{x\to 0} \frac{x\sin x + a(e^x - 1) + \sin x}{bx^2 + x - \sin x} = 1$$

Ejercicio 4.59 · Reserva 1 · Ejercicio 1

Considera $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = (x - 1)e^x$.

a) Determina las rectas tangente y normal en el punto de inflexión.

b) Estudia y calcula las asíntotas.

Ejercicio 4.60 · Reserva 2 · Ejercicio 1

Sea $f : [0, 2] \to \mathbb{R}$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} 1 - e^x, & 0 \le x < 1 \\ 2x - 1 - e, & 1 \le x \le 2 \end{cases}$$

a) Estudia su derivabilidad.

b) Halla los extremos absolutos, indicando abscisas y valores.

Ejercicio 4.61 · Reserva 3 · Ejercicio 2

Considera $f : (-1, 1) \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \frac{1}{(1-|x|)^2}$.

a) Estudia su continuidad y derivabilidad.

b) Halla sus extremos absolutos, si existen, indicando abscisas y valores.

Ejercicio 4.62 · Reserva 3 · Ejercicio 3

Sean $f : (-1, 0) \cup (0, 1) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(x^2/e)$, y $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(x) = x^3 + 2$.

a) Calcula $a \neq 0$ para que la normal a f en $(a, f(a))$ sea paralela a la tangente a g en $(a, g(a))$.

b) Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f.

Ejercicio 4.63 · Reserva 4 · Ejercicio 2

Un náufrago está en una isla situada en $(2, 0)$. Un ferry sigue la trayectoria $y = \sqrt{x + 1}$. ¿Hacia qué punto de la trayectoria debe nadar para recorrer la menor distancia posible? Calcula esa distancia.

Ejercicio 4.64 · Reserva 4 · Ejercicio 3

Sea $f : (-1, 1) \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \frac{1+|x|}{1-|x|}$.

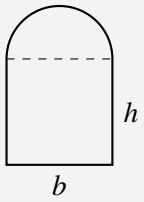
a) Estudia su derivabilidad.

b) Halla los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

2026

Ejercicio 4.65 · Junio · Ejercicio 1

Una ventana rectangular está coronada por un semicírculo. Su perímetro exterior mide 8 m. Halla las dimensiones que permiten la mayor entrada de luz.



Ejercicio 4.66 · Julio · Ejercicio 2

La función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, verifica $f(1) = 0$, tiene un punto crítico en $x = 0$ y su tangente en $x = -1$ es paralela a $y + 3x = 0$. Determina a, b, c.

Ejercicio 4.67 · Reserva 1 · Ejercicio 1

La potencia perdida por fricción de una máquina, en vatios, depende del tiempo de uso t, en años, según $P(t) = \frac{4t}{1+t^2}$, con $t \geq 0$.

a) Calcula cuándo es máxima la potencia perdida.

b) La energía total perdida en los primeros t años se modeliza mediante $E(t) = \int_0^t P(x)\,dx$. Calcula la energía perdida en los tres primeros años.

Ejercicio 4.68 · Reserva 1 · Ejercicio 4.1

Determina para qué valores de a el límite

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{-ax} - (1 - ax)\cos(2x)}{x^2}$$

vale 6.

Ejercicio 4.69 · Reserva 2 · Ejercicio 1

La producción de gas de una refinería, en metros cúbicos, viene dada por $f(t) = 7 + e^{-(t-4)^2}$, donde t es el tiempo en segundos.

a) Razona que la producción varía entre 7 y 8 m^3. ¿Se producen exactamente 7 m^3 en algún instante?

b) Justifica que la producción se estabiliza con el paso del tiempo.

Ejercicio 4.70 · Reserva 2 · Ejercicio 3.1

La función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, dada por

$$f(x) = \begin{cases} 2|x^2 - 1|, & x \leq \frac{1}{2} \\ ax^2 + bx, & x > \frac{1}{2} \end{cases}$$

es derivable en $x = \frac{1}{2}$. Determina a, b.

BLOQUE 5

Integrales

Unidad 7

2016

Ejercicio 5.1 · Junio · Ejercicio 2 · Opción A

Halla la recta tangente a la gráfica de f en $x = 1$, sabiendo que $f(0) = 0$ y $f'(x) = \frac{(x-1)^2}{x+1}$, para $x > -1$.

Ejercicio 5.2 · Junio · Ejercicio 2 · Opción B

Sea $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$, dada por $f(x) = \ln x$.

a) Calcula la recta tangente en $x = 1$.

b) Esboza el recinto entre la gráfica de f, $y = x - 1$ y $x = 3$, y calcula su área.

Ejercicio 5.3 · Septiembre · Ejercicio 2 · Opción A

Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = x^4$. Encuentra la recta horizontal que corta a su gráfica formando un recinto de área $\frac{8}{5}$.

Ejercicio 5.4 · Septiembre · Ejercicio 2 · Opción B

Calcula

$$\int \frac{x}{1 + \sqrt{x}}\, dx$$

Sugerencia: utiliza el cambio $t = \sqrt{x}$.

Ejercicio 5.5 · Reserva 1 · Ejercicio 2 · Opción A

Considera $f(x) = \sqrt{x} + \frac{\ln x}{x}$, para $x > 0$.

a) Halla todas sus primitivas.

b) Halla $\int_1^3 f(x)\, dx$.

c) Determina la primitiva que toma el valor 3 en $x = 1$.

Ejercicio 5.6 · Reserva 1 · Ejercicio 2 · Opción B

Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, dada por $f(x) = \frac{2x}{(x^2+1)^2}$. Calcula el área limitada por su gráfica, el eje de abscisas y las rectas $x = 0$, $x = 1$.

2017

Ejercicio 5.7 · Junio · Ejercicio 2 · Opción A

Considera la región limitada por $y = x^2$ e $y = -x^2 + 4x$.

a) Esboza la región y halla los puntos de corte.

b) Expresa el área como una integral.

c) Calcula el área.

Ejercicio 5.8 · Junio · Ejercicio 2 · Opción B

Calcula

$$\int_1^{16} \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[4]{x}}$$

Sugerencia: utiliza $t = \sqrt[4]{x}$.

Ejercicio 5.9 · Septiembre · Ejercicio 2 · Opción A

Determina $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f''(x) = xe^x$, cuya gráfica pasa por el origen y tiene un extremo relativo en $x = 1$.

Ejercicio 5.10 · Septiembre · Ejercicio 2 · Opción B

Considera el recinto del primer cuadrante limitado por el eje OX, la recta $y = x$, la gráfica $y = 1/x^3$ y la recta $x = 3$.

a) Esboza el recinto.

b) Calcula su área.

c) Si se sustituye $y = 1/x^3$ por $y = 1/x$, ¿el área será mayor o menor? ¿Por qué?

2018

Ejercicio 5.11 · Junio · Ejercicio 2 · Opción A

Considera $f(x) = 6x - x^2$ y $g(x) = |x^2 - 2x|$, definidas en $\mathbb{R}$.

a) Esboza el recinto limitado por ambas gráficas y calcula los puntos de corte.

b) Calcula su área.

Ejercicio 5.12 · Septiembre · Ejercicio 2 · Opción A

Considera $f(x) = ax \ln x - bx$, para $x > 0$. Determina a, b si f tiene un extremo relativo en $x = 1$ y

$$\int_1^2 f(x)\,dx = 8 \ln 2 - 9$$

Ejercicio 5.13 · Septiembre · Ejercicio 2 · Opción B

Considera $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = e^{-2x}$.

a) Determina el punto donde la tangente es $y = -2ex$.

b) Esboza el recinto limitado por la gráfica, $y = -2ex$ y el eje de ordenadas.

c) Calcula el área.

Ejercicio 5.14 · Reserva 1 · Ejercicio 2 · Opción A

Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = e^{2-x}$.

a) Calcula la recta tangente en $x = 2$.

b) Esboza el recinto limitado por la gráfica, el eje de ordenadas y $x + y = 3$.

c) Calcula su área.

2019

Ejercicio 5.15 · Junio · Ejercicio 2 · Opción A

Sea $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \frac{1+e^x}{1-e^x}$. Halla la primitiva cuya gráfica pasa por $(1, 1)$. Sugerencia: usa $t = e^x$.

Ejercicio 5.16 · Junio · Ejercicio 2 · Opción B

Considera $f : (-2, \infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(x + 2)$, y $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{1}{2}(x - 3)$.

a) Esboza el recinto determinado por sus gráficas y las rectas $x = 1$, $x = 3$. No es necesario calcular los cortes entre las gráficas.

b) Determina su área.

Ejercicio 5.17 · Septiembre · Ejercicio 2 · Opción A

Determina la función derivable $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$ cuya derivada es $f\prime(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$ y cuya gráfica pasa por $(1, 0)$.

Ejercicio 5.18 · Septiembre · Ejercicio 2 · Opción B

Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, dada por $f(x) = xe^{-x^2}$.

a) Calcula los cortes con los ejes y los extremos relativos, indicando abscisas y valores.

b) Determina $a > 0$ para que el área entre la gráfica en $[0, a]$ y el eje de abscisas sea $\frac{1}{4}$.

2020

Ejercicio 5.19 · Junio · Ejercicio 2

Calcula $a > 0$ si el área de la región determinada por $f(x) = xe^{3x}$, el eje de abscisas y $x = a$ vale $\frac{1}{9}$.

Ejercicio 5.20 · Junio · Ejercicio 6

Sea $f(x) = \frac{3x^2+4}{(x-2)^2}$, para $x \neq 2$.

a) Calcula $\int f(x)\,dx$.

b) Calcula la primitiva que pasa por $(3, 5)$.

Ejercicio 5.21 · Septiembre · Ejercicio 2

Calcula

$$\int_0^{\pi} x \sin^2 x \, dx$$

Ejercicio 5.22 · Septiembre · Ejercicio 6

Considera $f(x) = |x|$ y $g(x) = x^2 - 2$, definidas en $\mathbb{R}$.

a) Calcula los puntos de corte y esboza el recinto que determinan.

b) Determina el área del recinto.

Ejercicio 5.23 · Reserva 4 · Ejercicio 6

Calcula

$$\int \cos(\ln x)\,dx$$

2021

Ejercicio 5.24 · Junio · Ejercicio 3

Considera $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = 4x^3 - x^4$.

a) Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

b) Esboza la gráfica y calcula el área del recinto limitado por ella y el eje de abscisas.

Ejercicio 5.25 · Junio · Ejercicio 4

Considera $F : [0, \infty) \to \mathbb{R}$, definida por

$$F(x) = \int_0^x (2t + \sqrt{t})\, dt$$

Halla la recta tangente en $x = 1$.

Ejercicio 5.26 · Julio · Ejercicio 3

Considera $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por

$$f(x) = 1 + \int_0^x te^t\, dt$$

Determina los intervalos de concavidad y convexidad y los puntos de inflexión, indicando abscisas y valores.

Ejercicio 5.27 · Julio · Ejercicio 4

Considera $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2-1}$, para $x \neq -1, 1$. Halla una primitiva cuya gráfica pase por $(2, 4)$.

Ejercicio 5.28 · Reserva 3 · Ejercicio 4

Calcula

$$\int_0^2 \frac{1}{1 + \sqrt{e^x}}\, dx$$

Sugerencia: utiliza $t = \sqrt{e^x}$.

2022

Ejercicio 5.29 · Junio · Ejercicio 3

Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 4, & x < 0 \\ (x-2)^2, & x \geq 0 \end{cases}$$

a) Calcula los cortes con el eje de abscisas y esboza la gráfica.

b) Halla el área del recinto limitado por la gráfica y el eje de abscisas.

Ejercicio 5.30 · Junio · Ejercicio 4

Considera $f(x) = \frac{x^3}{x^2-2x+1}$, para $x \neq 1$. Halla una primitiva que pase por $(2, 6)$.

Ejercicio 5.31 · Julio · Ejercicio 4

Considera $f(x) = x^3 + 2$ y $g(x) = -x^2 + 2x + 2$, definidas en $\mathbb{R}$.

a) Calcula los puntos de corte y esboza sus gráficas.

b) Determina el área del recinto limitado por ambas gráficas en el primer cuadrante.

2023

Ejercicio 5.32 · Junio · Ejercicio 3

Considera $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = x|x - 1|$. Calcula el área del recinto limitado por su gráfica y su recta tangente en $x = 0$.

Ejercicio 5.33 · Junio · Ejercicio 4

Considera $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por

$$F(x) = \int_0^x \operatorname{sin}(t^2)\, dt$$

Calcula $\lim_{x\to 0} \frac{xF(x)}{\operatorname{sin}(x^2)}$.

Ejercicio 5.34 · Julio · Ejercicio 3

Calcula a, con $0 < a < 1$, tal que

$$\int_a^1 \frac{\ln x}{x}\, dx + 2 = 0$$

Ejercicio 5.35 · Julio · Ejercicio 4

Considera $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 5 - x^2$, y $g : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{4}{x^2}$.

a) Esboza ambas gráficas y calcula sus puntos de corte.

b) Calcula la suma de las áreas de los recintos limitados por ellas.

2024

Ejercicio 5.36 · Junio · Ejercicio 3

Considera $f(x) = \frac{x^3+2}{x^2-1}$, para $x \neq -1, 1$. Calcula una primitiva cuya gráfica pase por $(0, 1)$.

Ejercicio 5.37 · Junio · Ejercicio 4

Halla $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f''(x) = x \cos x$ y cuya gráfica pase por $(0, \frac{\pi}{2})$ y $(\pi, 2\pi)$.

Ejercicio 5.38 · Julio · Ejercicio 3

Sean $f(x) = -x^2 + 7$ y $g(x) = |x^2 - 1|$, definidas en $\mathbb{R}$.

a) Halla los puntos de intersección y esboza el recinto acotado limitado por ambas gráficas.

b) Calcula el área del recinto.

Ejercicio 5.39 · Julio · Ejercicio 4

Halla

$$\int_0^{\pi/2} e^x \cos x \, dx$$

Ejercicio 5.40 · Reserva 1 · Ejercicio 3

Halla la función $f : (2, \infty) \to \mathbb{R}$ que pasa por $(3, -4\ln 5)$ y verifica

$$f'(x) = \frac{3x^2 + 4x + 12}{x^2 - 4}$$

Ejercicio 5.41 · Reserva 1 · Ejercicio 4

Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = (x^2 - 3x + 5)e^x$. Halla una primitiva cuya gráfica pase por $(0, 5)$.

2025

Ejercicio 5.42 · Junio · Ejercicio 6

Halla $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$ que pasa por $(2, e - 2 - 2\ln 2)$ y $(1, 0)$, y verifica $f''(x) = e^{x-1} - \frac{1}{x}$.

Ejercicio 5.43 · Julio · Ejercicio 2

Considera $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \frac{1}{x^2+2x+2}$. Calcula una primitiva cuya gráfica pase por $(0, \frac{\pi}{4})$.

Ejercicio 5.44 · Julio · Ejercicio 3

Calcula k para que

$$\int_1^3 e^{x-k}(x - 2) \, dx = 2$$

Ejercicio 5.45 · Reserva 1 · Ejercicio 2

Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = (x - 1)^2$.

a) Esboza el recinto acotado limitado por la gráfica y $y = a$, con $a > 0$.

b) Calcula $a > 0$ para que su área sea $\frac{4}{3}$.

Ejercicio 5.46 · Reserva 1 · Ejercicio 3

Considera

$$f(x) = \begin{cases} x\sin(2x), & x \le 0 \\ \cos(\pi x) - 1, & x > 0 \end{cases}$$

Calcula $\int_{-\pi/4}^{1} f(x)\,dx$.

Ejercicio 5.47 · Reserva 2 · Ejercicio 2

Calcula

$$\int_{\sqrt{3}}^{2} \frac{4x}{x^4 - 6x^2 + 10}\,dx$$

Sugerencia: utiliza $t = x^2 - 3$.

Ejercicio 5.48 · Reserva 2 · Ejercicio 3

Sean $f(x) = x^3 - x$ y $g(x) = -x^2 + 1$, definidas en $\mathbb{R}$.

a) Halla sus puntos de corte y esboza el recinto acotado limitado por las gráficas.

b) Calcula su área.

Ejercicio 5.49 · Reserva 3 · Ejercicio 1

Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \frac{x^3+1}{x^2+1}$. Calcula una primitiva cuya gráfica pase por $(0, 5)$.

Ejercicio 5.50 · Reserva 4 · Ejercicio 6

Considera $f(x) = -e^x$ y $g(x) = -e^{-x}$, definidas en $\mathbb{R}$.

a) Esboza ambas gráficas.

b) Calcula la suma de las áreas de los recintos acotados por ambas gráficas y las rectas $x = -1$, $x = 1$.

2026

Ejercicio 5.51 · Junio · Ejercicio 4.1

Dada $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \frac{8e^x - 4e^{2x}}{1+e^x}$, halla la primitiva cuya gráfica tiene como tangente a $y = 2x + 12\ln 2$ en $x = 0$. Sugerencia: utiliza $t = e^x$.

Ejercicio 5.52 · Julio · Ejercicio 1

La velocidad de crecimiento de la población de peces de un lago es $P\prime(t) = 20te^{-t/10}$, donde t se mide en años. La población inicial es de 1000 peces. Calcula la población al cabo de 10 años.

Ejercicio 5.53 · Reserva 2 · Ejercicio 3.2

Considera $f : [-2, 2] \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \frac{x}{|x|+1}$.

a) Calcula $\int_0^2 f(x)\,dx$.

b) Estudia su simetría y deduce $\int_{-2}^2 f(x)\,dx$.

BLOQUE 6

Probabilidad y estadística

Nuevo bloque

En las soluciones, $\Phi(z) = P(Z \leq z)$ denota la función de distribución de una normal estándar $Z \sim N(0,1)$. Las probabilidades aproximadas se redondean a cuatro decimales. Un pequeño cambio en la última cifra puede deberse al uso de tablas.

2025

Ejercicio 6.1 · Junio · Ejercicio 7

La tabla recoge los coches y motos presentados a la ITV en 2023:

Resultado	Coches	Motos
Aptos	116 383	160 667
No aptos	2679	3447

Se elige un vehículo al azar entre todos ellos.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea una moto o haya resultado apto?

b) Si es un coche, ¿cuál es la probabilidad de que haya resultado no apto?

Ejercicio 6.2 · Julio · Ejercicio 7

En un puente del río Guadalete la velocidad máxima permitida es 70 km/h.

a) En un sentido, las velocidades siguen una normal de media 64 km/h y desviación típica 4 km/h. Si el radar sanciona a partir de 72 km/h, ¿qué porcentaje de vehículos resulta sancionado?

b) En el sentido contrario, las velocidades siguen una normal de media 63,6 km/h, y el 5,05 % supera los 80 km/h. Calcula su desviación típica.

Ejercicio 6.3 · Reserva 1 · Ejercicio 7

Los diámetros de las bolas de unos rodamientos siguen, en condiciones ideales, una distribución normal de media 13 mm y desviación típica 0,1 mm. El funcionamiento es óptimo si el diámetro está entre 12,9 y 13,15 mm. El 15 de julio se rompe la refrigeración de la máquina: ese día los diámetros siguen una normal de media 12,9 mm y desviación típica 0,2 mm.

a) Calcula la probabilidad de fabricar una bola óptima en condiciones ideales.

b) Calcula la probabilidad de fabricar una bola óptima el 15 de julio.

Ejercicio 6.4 · Reserva 2 · Ejercicio 7

En una cafetería, el 29 % de las tazas son de café expreso, el 51 % de medio y el 20 % de americano. Dentro de cada tipo, llevan cafeína el 18 %, el 31 % y el 11 %, respectivamente; las restantes son descafeinadas.

a) ¿Cuál es la probabilidad de adquirir un expreso descafeinado?

b) Si el café es descafeinado, ¿cuál es la probabilidad de que sea expreso?

Ejercicio 6.5 · Reserva 3 · Ejercicio 7

Una empresa fabrica bolígrafos en Almería, Barcelona y Cáceres: el 20 %, 50 % y 30 % de la producción, respectivamente. En cada provincia, los porcentajes de defectuosos son 7 %, 6 % y 2 %, respectivamente.

a) Calcula la probabilidad de que un bolígrafo elegido al azar sea defectuoso.

b) Si el bolígrafo no es defectuoso, calcula la probabilidad de que proceda de Almería.

Ejercicio 6.6 · Reserva 4 · Ejercicio 7

El peso de las manzanas de una granja sigue una distribución normal de media 200 g y desviación típica desconocida.

a) Si el 33 % pesa más de 230 g, calcula la desviación típica.

b) Si la desviación típica es 50 g, calcula el porcentaje que pesa entre 160 y 220 g.

2026

Ejercicio 6.7 · Junio · Ejercicio 4.2

La primera de dos bolsas contiene 2 monedas de oro y 3 de plata; la segunda, 6 de oro y 3 de plata. Se extrae una moneda al azar de la primera bolsa y se introduce en la segunda. Después se extrae una moneda al azar de la segunda.

a) Calcula la probabilidad de que la segunda moneda sea de oro, sabiendo que la primera fue de plata.

b) Calcula la probabilidad de que la primera moneda fuera de plata, sabiendo que la segunda es de oro.

Ejercicio 6.8 · Julio · Ejercicio 4.2

Tres máquinas, A, B, C, fabrican el 45 %, 30 % y 25 % de los coches de una fábrica, respectivamente. Sus porcentajes de producción defectuosa son 3 %, 4 % y 5 %, respectivamente.

a) Se elige un coche al azar. Calcula la probabilidad de que sea defectuoso.

b) Si el coche resulta defectuoso, ¿qué máquina tiene mayor probabilidad de haberlo fabricado?

Ejercicio 6.9 · Reserva 1 · Ejercicio 4.2

Las tallas de las niñas al nacer siguen una distribución normal de media 50 cm y desviación típica 1,8 cm.

a) Halla la probabilidad de que una niña mida más de 54 cm al nacer.

b) Si en un hospital nacen 100 niñas durante un mes, ¿cuántas tendrán una talla entre 48,2 y 51,8 cm?

Ejercicio 6.10 · Reserva 2 · Ejercicio 4.2

Los 120 estudiantes de segundo de Bachillerato de un centro se distribuyen así:

Clase	Inglés	Francés	Total
A	30	10	40
B	15	20	35
C	20	5	25
D	20	0	20

Se elige un estudiante al azar.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que pertenezca a la clase A o curse francés?

b) Si cursa inglés, ¿cuál es la probabilidad de que pertenezca a la clase C?

Fuentes y notas de edición

Exámenes y recopilaciones. Enunciados de las pruebas de acceso y admisión a la universidad de Andalucía, Matemáticas II, consultados en la colección de la Junta de Andalucía.

Transcripción y soluciones. Se ha unificado la notación y simplificado la redacción manteniendo los datos matemáticos y los apartados de los ejercicios. Las soluciones son resúmenes de resultados, con observaciones cuando un enunciado requiere precisar una interpretación. Las puntuaciones parciales impresas en los exámenes no se han trasladado a este formato de práctica.

Ajustes de revisión. El ejercicio original 21, situado entre los de 2021, se ha clasificado en 2020 conforme a su referencia de examen. En el problema de geometría sobre rectas con parámetro de 2022, se distingue entre tener vectores directores ortogonales y cortarse perpendicularmente. En el problema de potencia y energía de la reserva 1 de 2026, se expresa la integral en W·año, de acuerdo con la unidad de tiempo del enunciado.

Las primitivas se entienden en los intervalos de su dominio; las constantes pueden elegirse de forma independiente en componentes distintas. Los dibujos de las soluciones son esquemas de apoyo, no sustituyen a la justificación analítica.

Consulta y revisión de fuentes: 14 de septiembre de 2026.